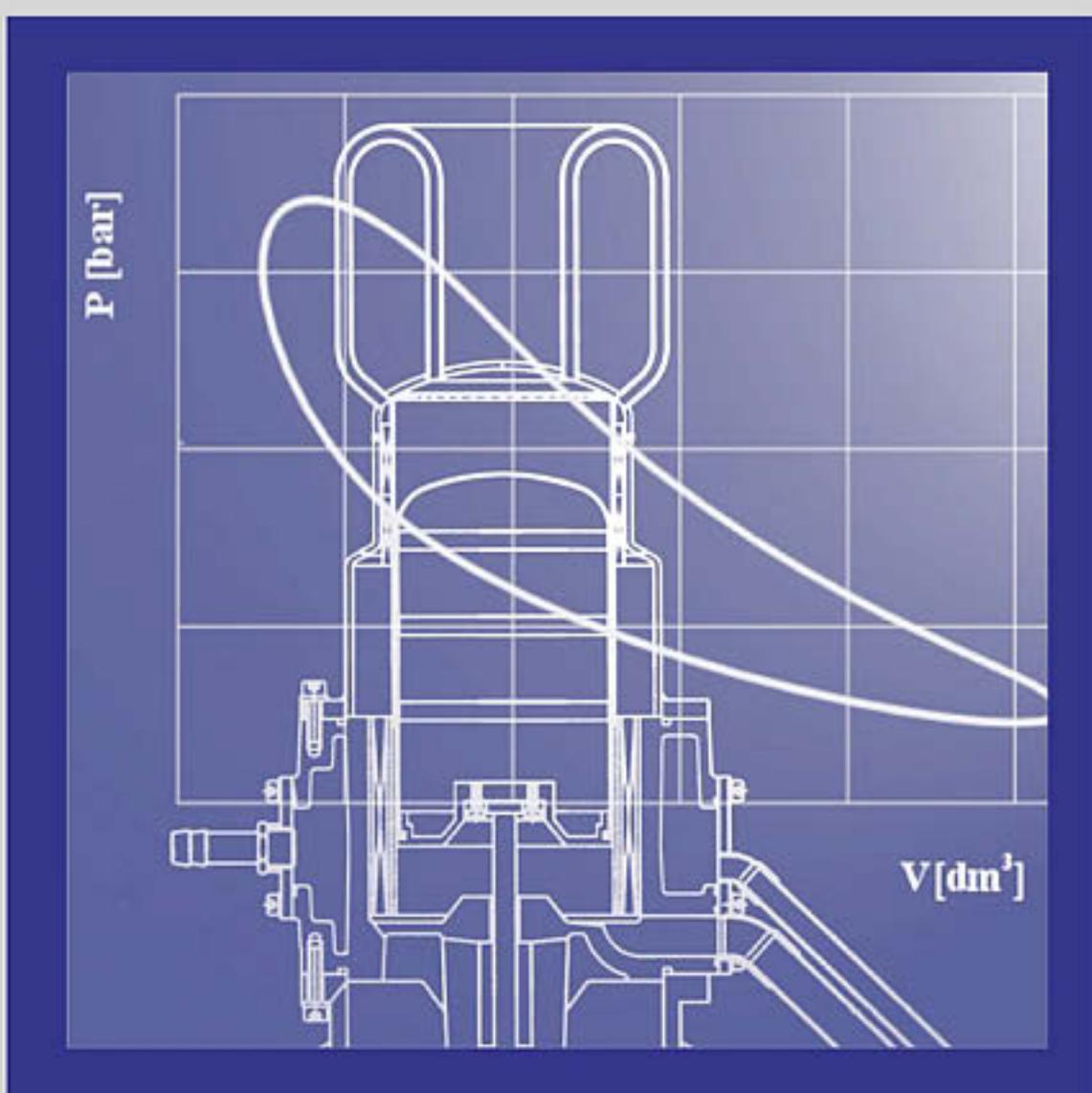


Frank Schleder

Stirlingmotoren

Thermodynamische Grundlagen,
Kreisprozessrechnung und
Niedertemperatur- und Freikolbenmotoren



Frank Schleder
Stirlingmotoren

Dipl.-Ing. (FH) Frank Schleder

Stirlingmotoren

Thermodynamische Grundlagen

Kreisprozessrechnung

Niedertemperatur- und Freikolbenmotoren

4., überarbeitete und aktualisierte Auflage

Vogel Buchverlag

Dipl.-Ing. (FH) **FRANK SCHLEDER**
Jahrgang 1969

- Berufsausbildung zum Radio- und Fernsehtechniker,
- Fachabitur,
- Studium der Elektrotechnik mit Schwerpunkt Energietechnik,
- Teilnahme an dem europäischen Weiterbildungsstudium ARENEE: “Ökologischer und ökonomischer Energieeinsatz“,
- Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachbereich Maschinenbau der Fachhochschule Trier,
- Leitung und Bearbeitung eines Forschungsprojekts zu Niedertemperatur-Stirlingmotoren an der Fachhochschule Trier,
- Selbstständige Tätigkeit in Beratung und Entwicklung in den Bereichen Maschinenbau und erneuerbare Energien
- Anstellung bei einem Energieversorger für den Bereich Kraft-Wärme-Kopplung und Erneuerbare Energien

Weitere Informationen:
www.vogel-buchverlag.de

ISBN 978-3-8343-3195-3
4. Auflage. 2011

Alle Rechte, auch der Übersetzung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Hiervon sind die in §§ 53, 54 UrhG ausdrücklich genannten Ausnahmefälle nicht berührt.

Printed in Germany

Copyright 2002 by Vogel Business Media GmbH & Co. KG, Würzburg

Umschlaggrafik: Schnittzeichnung des Stirlingmotors ST 05 G aus dem Zeichnungssatz – Der Stirlingmotor ST 05 G, Gammatyp 0,3–0,5 kW, 3. überarbeitete Ausgabe von Dieter Viebach – mit freundlicher Genehmigung entnommen.

Satz: Reproduktionsfertige Vorlagen des Autors

Vorwort

*„Einfachheit verlangt
nach japanischer Auffassung
sehr viel Arbeit.
Kompliziert sein ist einfach.“*
[CARLOS GHOSN, Nissan-Chef]

Der Stirlingmotor ist eine der ältesten Wärmekraftmaschinen – er wurde vor Otto- und Dieselmotor erfunden – und er erlebt, nachdem er fast in Vergessenheit geraten war, heute eine Renaissance. Seine besonderen Eigenschaften machen ihn zu einer wichtigen Maschine für die Nutzung regenerativer Energien und für die Realisierung von Kraft-Wärme-Kopplung im Bereich kleiner Leistungseinheiten. Er kann so einen Beitrag zur Sicherung unserer Existenzgrundlagen leisten.

Darüber hinaus geht eine besondere Faszination für mich – wie auch für viele andere, die den Stirlingmotor kennen gelernt haben – von der Einfachheit dieser Maschine aus. So kommt die Stirlingmaschine völlig ohne Ventile und dem damit verbundenen aufwendigen Ventiltrieb aus. Bei Freikolbenmotoren entfällt sogar der Kurbeltrieb. Die mathematische Beschreibung des realen Stirlingprozesses ist dennoch äußerst komplex und wird häufig aufgrund des einfachen Aufbaus der Maschine unterschätzt.

Mit diesem Buch möchte ich all denen, die sich näher mit dieser Maschine beschäftigen wollen, einen Einblick in die Thermodynamik, die spezifischen Konstruktionsmerkmale und Anwendungen ermöglichen.

Zahlreiche Maschinen haben mittlerweile einen hohen Entwicklungsstand erreicht, verschiedene Modelle sind am Markt verfügbar. Der Weg dorthin war lang und nicht ohne Rückschläge; so sind selbst in der jüngsten Vergangenheit Firmen wieder verschwunden, andere streben mit neuen verbesserten Konzepten an den Markt. Es wurden Freikolben-Stirlingmotoren weiterentwickelt und befinden sich derzeit im Feldtest. Mit diesem Schritt wurde der Aufbau des Motors nochmals drastisch vereinfacht; statt eines Kurbeltriebs schwingen die Kolben frei an Federn. Da so nochmals ein Quantensprung in der Reduktion des Wartungsaufwands möglich wird, kann diese Technologie zur Schlüsseltechnologie für Mikro-Kraft-Wärme-Kopplung werden.

Mein Dank gilt allen Personen und Firmen, die mir Informationen und Bildmaterial zur Verfügung gestellt haben, den Verlagsmitarbeitern für die nun schon langjährige, aber immer noch hervorhebenswert gute Zusammenarbeit, und allen, die diesem Buch den Weg gebnet haben.

Der Onlineservice InfoClick bietet unter www.vbm-fachbuch.de nach Codeeingabe eventuell zusätzliche Informationen und Aktualisierungen. Fordern Sie für Ihr E-Book den Code unter info@vbm-fachbuch.de an!

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Inhaltsverzeichnis	7
Einleitung	11
1 Wärmekraftmaschinen für niedrige Temperaturen und regenerative Energien	13
2 Der Stirlingprozess	17
2.1 Prinzip	17
2.2 Wirkungsgrad des Idealprozesses.....	21
2.3 Arbeit des Idealprozesses	23
2.4 Arithmetischer Mitteldruck des Prozesses.....	23
2.5 Der Bewegungsablauf in der Maschine	24
2.6 Wärmekraft- oder Arbeitsmaschine.....	25
2.7 Drehrichtung und deren Umkehr	25
2.8 Der Regenerator.....	25
2.8.1 Temperaturprofil	26
2.8.2 Wärme im Regenerator	26
2.8.3 Regeneratorverlust/-wirkungsgrad.....	27
2.9 Verdichtungsverhältnis	28
2.9.1 Verdichtungsverhältnis von Alpha-Maschinen.....	28
2.9.2 Verdichtungsverhältnis von Gamma-Maschinen	30
2.9.3 Verdichtungsverhältnis von Beta-Maschinen	30
2.10 Arbeitsgase	31
3 Grundtypen	33
3.1 Unterscheidung nach der Art der Kolbenführung.....	33
3.2 Unterscheidung nach der Art der Arbeitsraumkonfiguration	33
3.3 Alpha-Maschine	34
3.4 Gamma-Maschine.....	34
3.5 Beta-Maschine.....	35
4 Doppelt wirkende Stirlingmaschinen	37
4.1 Zweizylinder doppelt wirkender Stirling nach FRANCHOT	37
4.2 Drei- bis Sechszylinder doppelt wirkender Stirling nach SIEMENS	37
5 Eigenschaften und Konstruktionsmerkmale von Stirlingmotoren	39
5.1 Eigenschaften von Stirlingmotoren	39
5.2 Aufladung und Abdichtung des Arbeitsraums.....	39
5.2.1 Die Rollmembran-Dichtung.....	40
5.3 Kurbeltriebe für kinematische Stirlingmotoren	41
5.3.1 Das Rhombengetriebe.....	41
5.3.2 Das Schiefscheibengetriebe	42
5.3.3 Das Taumelscheibengetriebe	43
5.4 Erhitzer-Wärmetauscher.....	44
5.4.1 Werkstoff-Beanspruchung von Erhitzer-Wärmetauschern	44
5.4.2 Wärmerohr(Heat-Pipe)-Erhitzer	44

5.4.3	Geometrische Bauformen von Erhitzer-Wärmetauschern	45
5.5	Verdrängerkolben für Hochtemperaturmotoren	47
5.5.1	Qualitative Abschätzung der Strahlungswärmeverluste im Verdränger	47
6	Freikolben-Stirlingmotoren	51
6.1	Mathematische Beschreibungen zum Freikolben-Stirling	52
6.2	Übertragungsverhalten gedämpfter Feder-Masse-Schwinger	53
7	Die Luftvorwärmung für Stirlingmotor-Brennersysteme	55
7.1	Temperaturerhöhung durch Luftvorwärmung	56
7.2	Effizienzsteigerung durch Luftvorwärmung	57
7.3	Stickoxide	59
8	Beispiele realer Maschinen.....	61
8.1	Die Solo-161	61
8.2	Die Sunmaschine® von Weber Solartechnik	70
8.3	Biomasse-Stirlingmotor von Stirling DK, Dänemark	72
8.4	Der ST 05 G von Viebach	75
8.4.1	Der ST 05 G-G.....	77
8.5	Der Niedertemperatur-Solar-Stirling Sunwell 50® von Weber Solartechnik.....	79
8.6	Das Freikolben-Stirlingmotor-Energiemodul der Stirling Systems AG	80
8.7	Mini-BHKW mit Freikolben-Stirlingmotor von Bosch Thermotechnik	82
8.8	WhisperGen™ – Mini-BHKW mit 4-Zylinder-Stirlingmotor	84
9	Berechnungsverfahren und deren Klassifizierung.....	89
9.1	Klassische Einteilung der mathematischen Analysemethoden.....	89
9.2	Klassifizierung nach Organ	90
9.2.1	Kasseler Klassifizierung	90
9.3	Faustformeln.....	90
9.3.1	Der Beale-Faktor.....	90
9.3.2	Der West-Faktor	91
10	Schmidt-Analyse.....	93
10.1	Schmidt-Analyse für Alpha-Maschine	94
10.1.1	Formelzeichenlegende	94
10.1.2	Funktionen der Volumina	94
10.1.3	Effektive Totraumtemperatur.....	94
10.1.4	Effektive Regenerator-Gastemperatur	95
10.1.5	Druck als Funktion des Kurbelwinkels	98
10.1.6	Arbeit und Leistung	100
10.1.7	Extremdrücke.....	101
10.1.8	Beispielrechnung	101
10.2	Schmidt-Analyse für Gamma-Maschine	104
10.3	Schmidt-Analyse für Beta-Maschine.....	106
10.3.1	Ermittlung des Überlappungsvolumens	106
11	Auslegungsdiagramme.....	111
11.1	Normierung der Arbeit	111
11.2	Schmidt-Arbeit als Funktion der Expansionstemperatur	113
11.3	Schmidt-Arbeit als Funktion des Totvolumens	114
11.4	Schmidt-Arbeit als Funktion des Phasenverschiebungswinkels.....	115
12	Massenströme in der Stirlingmaschine	117
13	Regeneratorberechnung	121
13.1	Der Wirkungsgrad von Rekuperatoren	122
13.2	Wirkungsgrad des Regenerators	123
13.3	Wärmeübergangsberechnung nach MIYABE	126
13.4	Wärmeübergangsberechnung	128
13.5	Wärmeleitung in der Regenerator-Matrix.....	128

14	Verluste und Wirkungsgrad.....	131
14.1	Shuttle-Verluste.....	131
14.2	Wärmeströme.....	132
15	Leistungssteigerung und -regelung.....	133
15.1	Aufladung.....	133
15.2	Leistungsregelung.....	135
16	Niedertemperaturmotoren.....	137
16.1	Verdichtungsverhältnis und Reibung.....	138
16.1.1	Bestimmung der Reibarbeit.....	141
17	Messungen an einer solaren Niedertemperatur-Stirling-Versuchsmaschine.....	147
18	Geschichtlicher Rückblick.....	151
18.1	Geschichte der Wärmekraftmaschinen.....	151
18.2	Geschichte der Stirlingmotoren.....	152
19	Thermodynamische Grundlagen konzentrierender Solarkollektoren.....	155
	Formelzeichen und griechisches Alphabet.....	159
	Quellen- und Literaturverzeichnis.....	165
	Stichwortverzeichnis.....	169

Einleitung

Im Zeitalter unübersehbarer Umweltschäden, die auf die intensive Nutzung fossiler Energieträger zurückzuführen sind, ist die Suche nach umwelt- und sozialverträglicheren Energieträgern zwingend notwendig. Hier stellen die regenerativen Energien die einzig nachhaltige Alternative dar.

Doch auch bei der weiteren Nutzung fossiler Energieträger in einer Übergangszeit bis zur konsequenten Nutzung regenerativer Energieträger können Effizienz gesteigert und Emissionen gesenkt werden. Eine wichtige Technologie stellt die Kraft-Wärme-Kopplung dar. Jeder Wärmekraftprozess (Dampfkraft-, Gasturbinen-Prozess, Otto-, Diesel- und Stirlingmotor) kann, physikalisch bedingt, nur einen Teil der eingesetzten Wärme in mechanische und so in elektrische Energie umwandeln. Abwärme fällt zwangsläufig an. Mit der Kraft-Wärme-Kopplung wird diese ebenfalls genutzt, und die Gesamtwirkungsgrade können so drastisch erhöht werden. Diese Nutzung der Abwärme ist prinzipiell auch bei Großkraftwerken möglich und wird auch in Form von so genannter Fernwärme realisiert; da Wärme aber – anders als elektrische Energie – weit weniger gut über größere Strecken transportiert werden kann, ist die Kraft-Wärme-Kopplung erst in Verbindung mit dezentralen Kraftwerken kleiner Leistung ideal.

Auf der Basis von Dampfkraftprozessen mit Wasser oder auch organischen Fluiden (ORC) existieren Technologien, die ebenfalls Biomasse, geothermische oder solare Wärme in Strom verwandeln können. Zum Beispiel bietet die Firma Spilling [54] schon seit langem Biomasse-Kraft-Wärme-Kopplungsanlagen auf Basis von Kolbendampfmaschinen für Leistungen zwischen 25 kW und 1500 kW je Motor an. Während diese Dampfkraftprozesse eher für größere Leistungseinheiten geeignet sind, zeichnet sich der Stirlingmotor für kleine Leistungseinheiten aus.

Der Stirlingmotor kann aufgrund der Wärmezufuhr mittels Wärmetauscher solare Wärme wie auch Wärme aus Feuerungen mit Biobrennstoffen nutzen und kann beim Betrieb mit fossilen Energieträgern wie Erdgas eine hohe Effizienz und sehr niedrige Abgasemissionswerte erzielen.

Verschiedene Unternehmen haben kleine Blockheizkraftwerke auf Basis von Stirlingmotoren entwickelt bzw. entwickeln daran.

Für die Anwendung Kleinst-Kraft-Wärme-Kopplung im Bereich elektrischer Leistungen unterhalb von 5 kW kann der Stirlingmotor in einer Sonderform – der Freikolben-Stirlingmaschine – zu einer Schlüsseltechnologie für diesen Einsatz werden, da diese Bauart den Bauaufwand und vor allem den Wartungsaufwand drastisch reduzieren kann.

Eine Sonderform von Stirlingmaschinen, die so genannten Niedertemperatur-Stirlingmotoren, arbeiten auch noch mit extrem kleinen Temperaturdifferenzen. Werden sie ebenfalls solar beheizt, können sie ihre Wärme auch aus einfachen Flachkollektoren beziehen. Diese erreichen zwar nur niedrige Temperaturniveaus in der Größenordnung von 100 °C [35], sind aber sehr einfach aufgebaut, können auch diffuse Solarstrahlung, wie man sie bei bedecktem Himmel vorfindet, noch nutzen und brauchen keine aufwendige Nachführung. Ob eine derartige Anlage für Industrieländer sinnvoll ist, ist äußerst fraglich, da die Leistungsdichten dieser Maschinen sehr gering sind. Für Dritte-Welt-Länder erscheint diese

Technik, besonders aufgrund ihrer Einfachheit, sehr gut mit der dortigen Infrastruktur vereinbar zu sein.

Aber auch industrielle Abwärme lässt sich so mittels (Niedertemperatur-)Stirlingmotor in mechanische bzw. elektrische Energie verwandeln.

Das vorliegende Buch behandelt die allgemeinen Grundlagen der Stirlingmaschinenteknik, deren Thermodynamik, erläutert die Besonderheiten von Freikolben-Stirlingmotoren sowie Niedertemperatur-Stirlingmotoren und zeigt typische Anwendungen wie Solarkraftwerke und die Kraft-Wärme-Kopplung mit niedrigsten Abgasemissionen anhand realer Maschinen auf.

1 Wärmekraftmaschinen für niedrige Temperaturen und regenerative Energien

Für den Betrieb einer Wärmekraftmaschine ist das Temperaturniveau der zu- und abgeführten Wärme keineswegs gleichgültig. So zeigt schon der Carnotprozess, der den bestmöglichen Wirkungsgrad für ein gegebenes Temperaturfenster besitzt, dass der Wirkungsgrad η mit fallender oberer Prozesstemperatur fällt.

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

So liegt sein Wert für 100 °C oberer Prozesstemperatur und 25 °C Umgebungstemperatur als untere Prozesstemperatur nur noch bei 20%. Nun ist aber dieser theoretische Prozess praktisch nicht umsetzbar, so dass reale Wirkungsgrade nochmals deutlich darunter liegen und bei diesem Temperaturfenster nicht wesentlich höher als 5% sein dürften.

An dieser Stelle lohnt es sich, einige grundsätzliche Gedanken zur Bedeutung des Wirkungsgrads einer Anlage zu machen.

Er ist als das Verhältnis der abgegebenen Nutzarbeit zur zugeführten Wärme definiert. Für die Nutzung fossiler Brennstoffe war und ist diese Kenngröße einer Energieanlage somit von zentraler Bedeutung, da der Brennstoff eingekauft werden muss, während die abgegebene Leistung, z. B. elektrischer Strom, entsprechend vergütet wird. Der Wirkungsgrad bestimmt somit neben der energetischen auch die finanzielle Effizienz der Anlage.

Darüber hinaus sind mit der Nutzung fossiler Energieträger auch zahlreiche Umweltbelastungen verbunden. Für eine gewünschte Ausgangsenergie nehmen diese Belastungen somit zu, wenn der Wirkungsgrad der Anlage sinkt und so mehr Brennstoff und Abgase umgesetzt werden müssen, um die gleiche Ausgangsenergie zu erzeugen.

Nutzt eine Energieanlage aber regenerative Energieträger wie z. B. solare Strahlung, ist der „Brennstoff“ kostenlos und umweltneutral. Kosten und Umweltbelastungen entstehen dann (bis auf die Wartung und Entsorgung der Anlage) nur noch durch den Bau der Anlage, nicht durch deren Betrieb. Der Wirkungsgrad erhält eine etwas andere Bedeutung. Eine solche Anlage sollte somit *bezogen auf deren Investitionskosten* eine möglichst hohe Leistung haben. Das Ziel ist damit eine Leistungs- statt Wirkungsgradoptimierung der Anlage.

Der Wirkungsgrad verschiedener Anlagenkomponenten wie der Wärmekraftmaschine geht aber trotzdem in diese Leistungs-Kosten-Optimierung mit ein, da er die Größe und den Aufwand der vorgeschalteten Anlagenteile mitbestimmt. D. h., ist der Wirkungsgrad eines solar beheizten Stirlingmotors klein, so fallen vorgeschaltete Kollektor bzw. Spiegel und Absorber entsprechend groß aus, um am Ende die gleiche mechanische oder elektrische Leistung zu erhalten. Ein geringer Wirkungsgrad der Maschine erhöht so über die Kosten für z. B. Spiegel oder Brenner die Gesamt-Anlagenkosten und erschwert damit deren Rentabilität. Auf die Gesamtanlage bezogen bleibt das Ziel trotzdem die Optimierung der Leistung, bezogen auf die Investitionskosten.

Bezüglich der Thermodynamik ist noch eine andere Größe von großer Bedeutung, das so genannte *Arbeitsverhältnis* bzw. der *Mitteldruck* des Prozesses. Für einen Idealprozess ist dies bedeutungslos, nicht aber im Hinblick auf die Umsetzbarkeit des Idealprozesses in die Realität.

CERBE und HOFFMANN [15] haben das Arbeitsverhältnisses r_w wie folgt definiert:

$$r_w = \frac{W_{ab}}{W_t^-} \quad \text{mit} \quad W_t^- = \int V \cdot dp \quad \text{für} \quad V \cdot dp < 0$$

Statt des Bezugs auf die *technische* Arbeit erscheint alternativ eine Definition mit der Volumenänderungsarbeit ebenso sinnvoll:

$$r_w^* = \frac{W_{ab}}{W^-} \quad \text{mit} \quad W^- = -\int p \cdot dV \quad \text{für} \quad -p \cdot dV < 0$$

W_{ab} vom Gesamtzyklus netto abgegebene Arbeit (indizierte Arbeit oder Fläche in der p - V -Schleife)

W^- während eines Teilzyklusses brutto abgegebene Arbeit (oft gleich der Expansionsarbeit)

W^+ während eines Teilzyklus brutto aufgenommene Arbeit

[15]

Zur Erläuterung:

$$W_{ab} = W^+ + W^-$$

Das Arbeitsverhältnis r_w bewertet den *idealen* Kreisprozess im Hinblick auf seine Umsetzbarkeit mit verlustbehafteten Maschinen oder Anlagen in einen *realen* Prozess. Es entspricht – vereinfacht ausgedrückt – dem Verhältnis von Netto-Arbeit zur umgesetzten Arbeit.

In jeder realen Maschine wie z. B. einer Turbine entstehen Verluste, die absolut um so höher sind, je höher die umgesetzte Leistung dieser Maschine ist. Ist nun die Arbeitsabgabe während eines Prozessabschnitts im Vergleich zur gesamten abgegebenen Arbeit sehr hoch, entstehen in diesem Prozessabschnitt proportional hohe Verluste, die die Nutzarbeit entsprechend stark reduzieren. Ist die Netto-Arbeit (indizierte Arbeit) klein, schlagen die Verluste stark zu Buche. Dies ist ein Grund dafür, dass der als Idealprozess so gute Carnotprozess in der Praxis so schwer anzunähern ist.

Ist das Arbeitsverhältnis eines Prozesses hoch, so kann man sich Maschinen mit schlechterem Wirkungsgrad leisten.

Niedertemperatur-Stirlingmotoren zeichnen sich im Allgemeinen durch ein sehr hohes Arbeitsverhältnis aus. Dies erkennt man im p - V -Diagramm dieser Maschinen daran, dass fast auf dem ganzen Zyklus Arbeit nach außen abgegeben wird. Ein hohes Arbeitsverhältnis ist notwendige Bedingung, um bei den oft extrem niedrigen oberen Prozesstemperaturen dieser Motoren überhaupt noch arbeiten zu können, da bei diesen Temperaturen die indizierten Arbeiten bereits recht klein gegenüber den Reibarbeiten der Maschine sind.

Eine etwas andere, aber von der Grundaussage ähnliche Größe ist der *indizierte Mitteldruck*. Er ist definiert als abgegebene Arbeit, bezogen auf die ΔV -Linie im p - V -Diagramm.

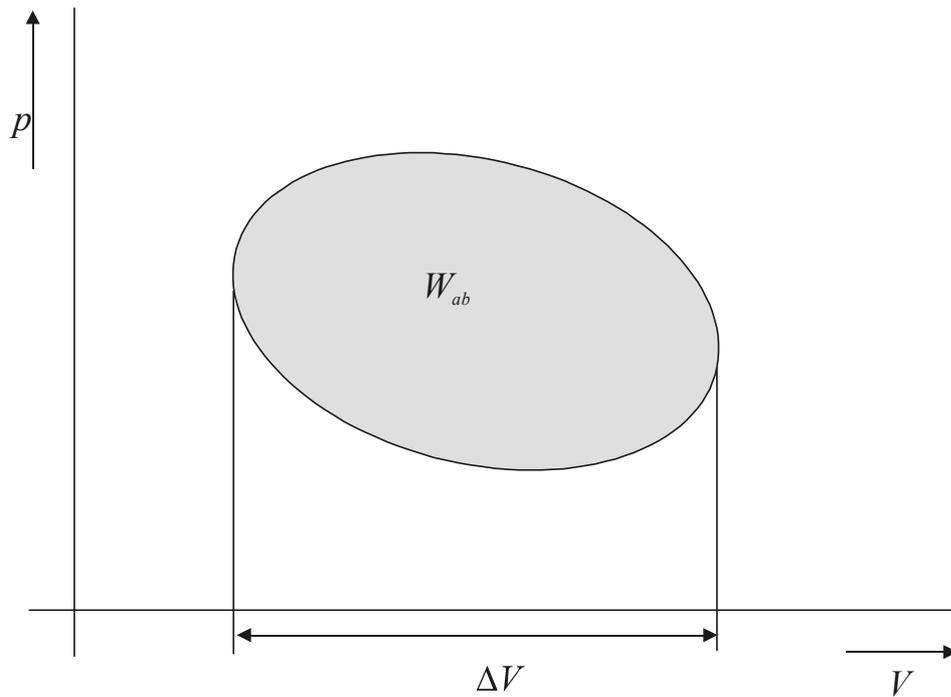


Bild 1.1 Definition des indizierten Mitteldrucks

$$p_{mi} = \frac{W_{ab}}{\Delta V}$$

Die Namensgebung indizierter Mitteldruck ist ein wenig irreführend. Der Begriff Mitteldruck suggeriert den *arithmetischen* Mittelwert des Drucks über einem Zyklus. Dieser errechnet sich aus dem Integral des Innendrucks *über dem Kurbelwinkel*, während die Arbeit als Integral *über dem Volumen* berechnet wird. Der Kurbelwinkel ist aber für einen Zyklus eine *stetig anwachsende* Größe, während sich das Volumen *zyklisch* ändert und am Ende des Zyklus wieder zum Anfangsvolumen zurückfindet.

$$p_{mi} = \frac{\oint_{\text{Zyklus}} p dV}{\Delta V} = \frac{W_{ab}}{\Delta V}$$

statt :

$$p_m = \frac{\int_0^{2\pi} p d\alpha}{2\pi}$$

Besser wäre es, den indizierten Mitteldruck als *Literarbeit* oder *Volumenarbeit* zu bezeichnen, da in der Definition des indizierten Mitteldrucks die Arbeit eines Zyklus auf das *Hubvolumen* bezogen wird.

Bitte beachten Sie, dass der in der Stirlingliteratur gebräuchliche und auch in diesem Buch verwendete, Mitteldruck p_m den *arithmetischen* Mitteldruck bezeichnet.

Der indizierte Mitteldruck ist eine im Verbrennungsmotorenbau übliche Größe. Das Arbeitsverhältnis findet dort keine Anwendung, es erscheint eher für Prozesse mit Strömungsmaschinen wie Gasturbinen und Dampfkraftprozesse als sinnvoll.

Tatsächlich sind die beiden Kenngrößen inhaltlich nicht exakt identisch. Bitte betrachten Sie dazu die beiden Prozesse in Bild 1.2.

Vergrößert sich das Totvolumen V_2 zu V_2^* , während die Prozessschleife erhalten bleibt, bedeutet dies ein sinkendes Arbeitsverhältnis r_w . Der indizierte Mitteldruck bleibt hingegen konstant.

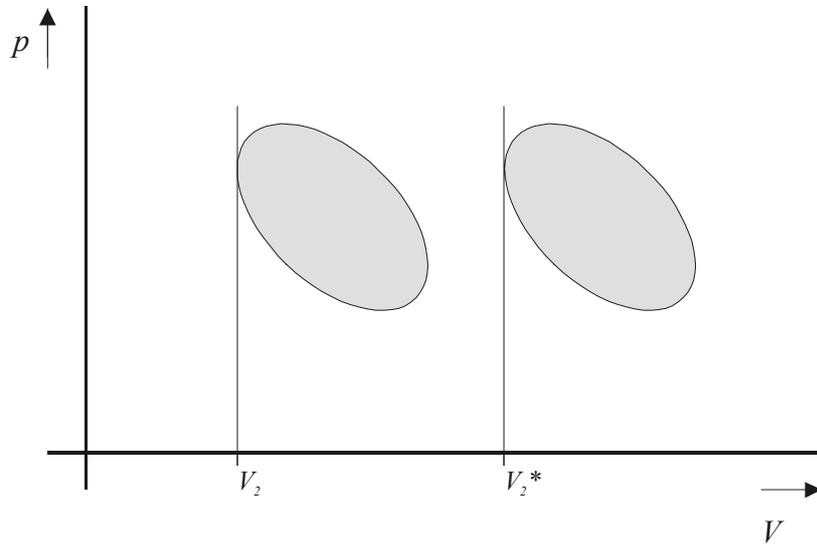


Bild 1.2 Prozesse gleichen indizierten Mitteldrucks

2 Der Stirlingprozess

2.1 Prinzip

Anhand des Bewegungsablaufes in der Maschine erhält man eine anschauliche Vorstellung dieses Prozesses.

Bild 2.1 zeigt den schematisierten Aufbau einer Stirlingmaschine mit den Kolben in den vier signifikanten Punkten des Zyklus.

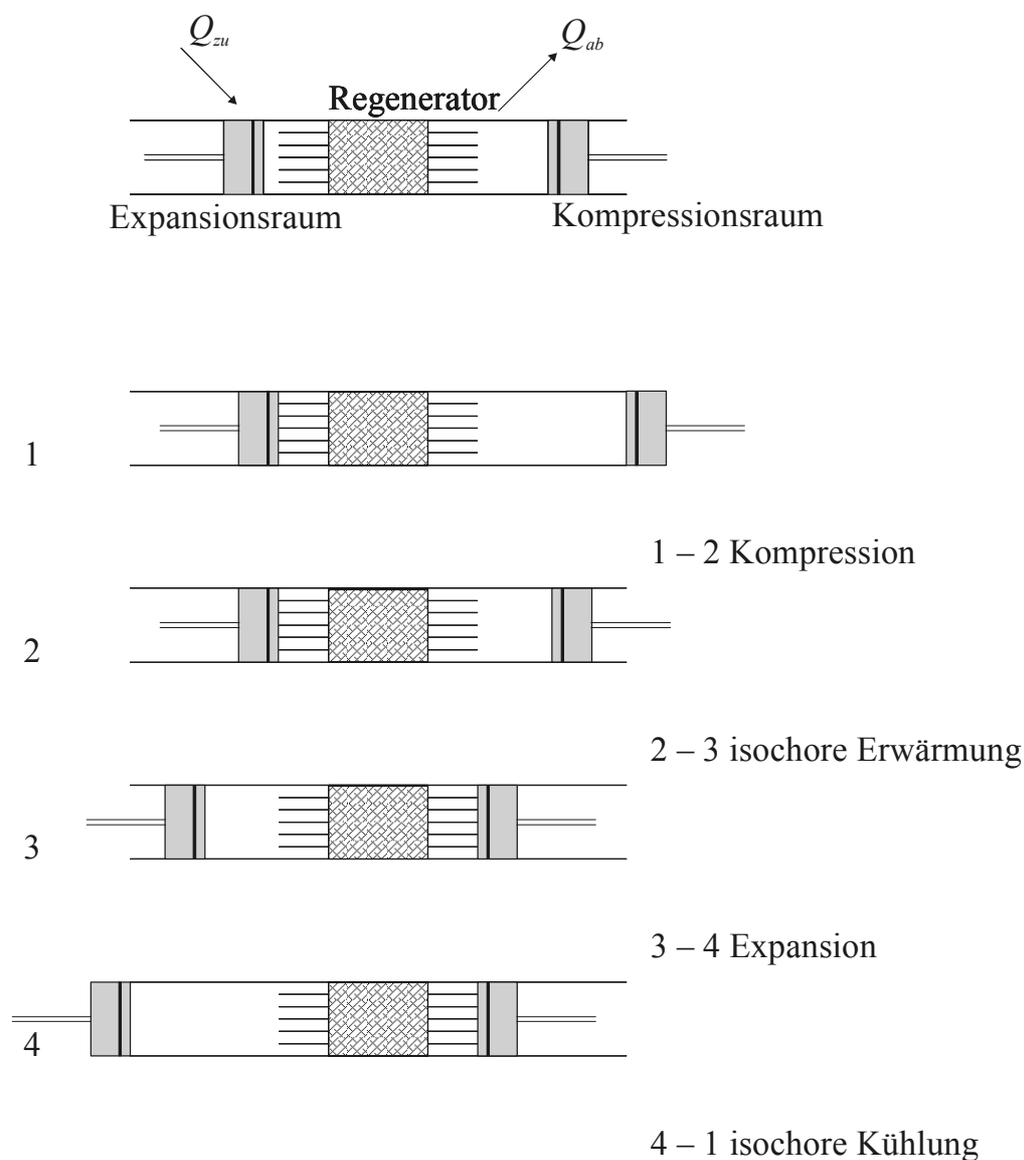


Bild 2.1 Arbeitsprinzip des Stirlingprozesses

Grundlage ist für den Stirling- wie auch für Otto- und Dieselmotor, kaltes Gas zu komprimieren und heißes Gas zu expandieren. Der Arbeitsaufwand ist dann für die Kompression kleiner als der Arbeitsgewinn bei der Expansion. Die Maschine wandelt unterm Strich Wärme in Arbeit um.

- Von 1 nach 2 – isotherme Verdichtung: Der Expansionskolben bleibt stehen, während der Kompressionskolben das *kalte* Arbeitsgas isotherm verdichtet. Die Verdichtungswärme wird über die Kompressionsraumwand abgeführt. Die Kompressionsarbeit bleibt klein, da die Gastemperatur niedrig ist.
- Von 2 nach 3 – isochore Erwärmung: Beide Kolben bewegen sich und schieben so das Arbeitsgas durch den sog. Regenerator. Aus diesem tritt es dann, auf Expansions-temperatur erwärmt, in den Expansionsraum aus. Der Druck ist entsprechend der Erwärmung gestiegen. Der Regenerator ist Wärmetauscher und Wärmespeicher in einem.
- Von 3 nach 4 – isotherme Expansion: Nun bleibt der Kompressionskolben stehen, während der Expansionskolben das *heiße* Gas isotherm entspannt. Die Entspannungswärme wird über die Expansionsraumwand zugeführt. Die Expansionsarbeit ist hoch, da nun die Gastemperatur hoch ist.
- Von 4 nach 1 – isochore Abkühlung: Nun werden wieder beide Kolben verschoben. Das Gas wird in umgekehrter Richtung durch den Regenerator geschoben und tritt, auf Kompressionstemperatur gekühlt, aus diesem aus. Der Regenerator nimmt bei dieser Zustandsänderung die Wärme auf, die er für die Zustandsänderung von 2 nach 3 wieder abgibt.

Aus dem Bewegungsablauf der Maschine erkennt man, dass Kompression wie auch Expansion des Arbeitsgases stets nur in demselben Raum stattfinden, so dass man diesen Räumen auch die Namen Kompressions- und Expansionsraum gegeben hat.

Bild 2.2 zeigt den Prozess im p - V -Diagramm:

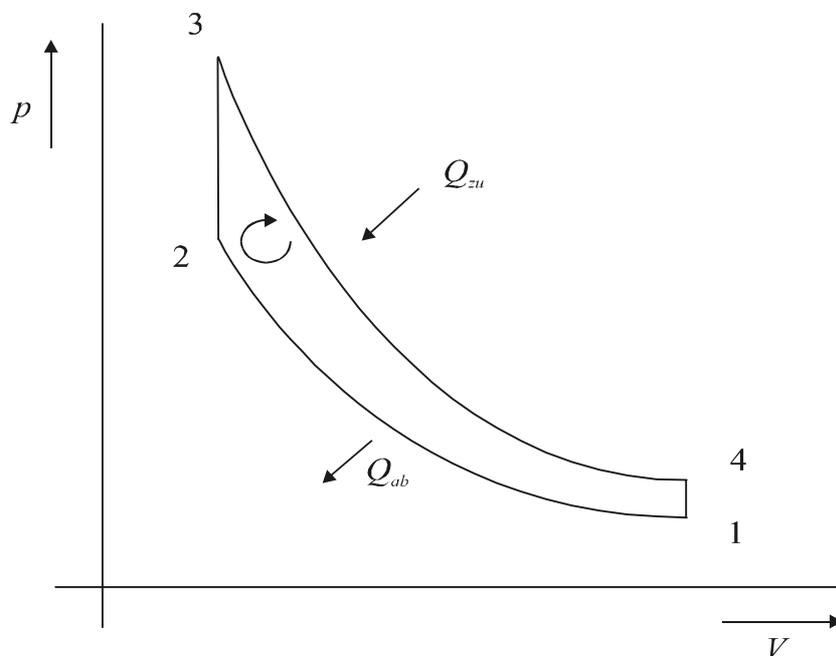


Bild 2.2 p - V -Diagramm des idealen Stirling-Prozesses

Der Regenerator muss zwecks Wärmeaustausch eine möglichst große Oberfläche besitzen und besteht meist aus einem Drahtgeflecht.

Bild 2.3 und Bild 2.4 zeigen Stahlwolle bzw. Drahtsiebe als typische Regeneratormaterialien.

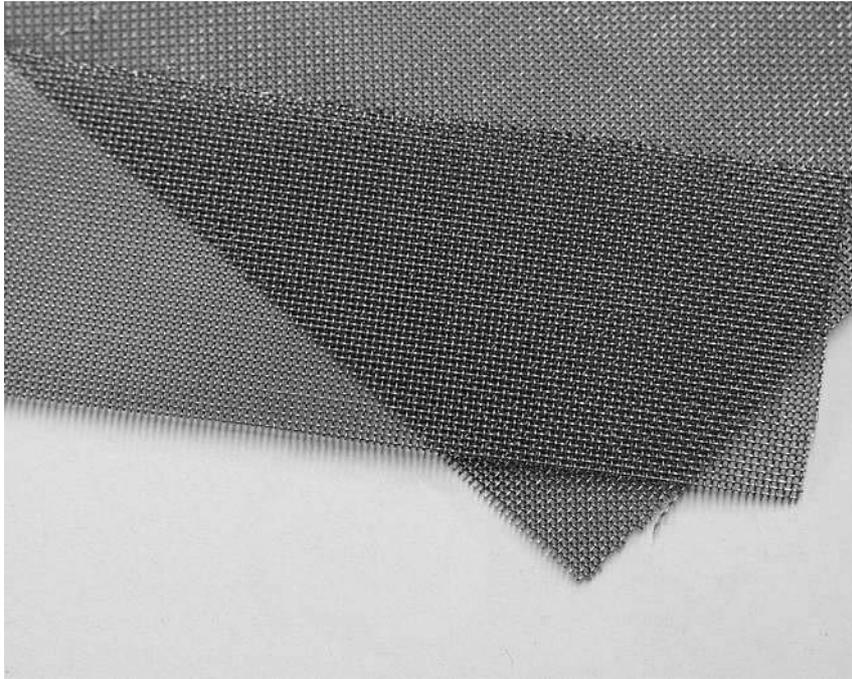


Bild 2.3 Drahtsieb-Struktur wie sie in ähnlicher art als Regeneratormaterial eingesetzt wird

Bei der Verwendung von Drahtsieben werden viele Lagen dieser Siebe übereinander geschichtet.



Bild 2.4 Stahlwolle als Regeneratormaterial

Im T - S -Diagramm entspricht stets die Fläche unter einer Kurve der ausgetauschten Wärme, und so lässt das T - S -Diagramm der Stirlingmaschine erkennen, dass Q_{23} und Q_{41} betragsgleich sind. Sie lassen sich also im Regenerator zwischenspeichern. Der Prozess tauscht so nur noch auf den Isothermen Wärme mit der Umgebung aus und entspricht damit effektiv dem Carnotprozess.

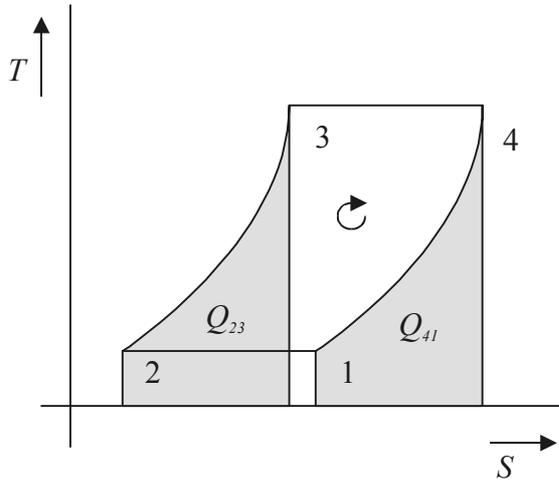


Bild 2.5 Der ideale Stirlingprozess im T - S -Diagramm

Es lässt sich aber auch mathematisch leicht zeigen, dass die Wärme Q_{23} der Wärme Q_{41} gleich ist: Auf den Isochoren ist definitionsgemäß das Volumen konstant, so dass keine Arbeit geleistet werden kann. Aus dem 1. Hauptsatz folgt damit:

$$Q_{23} = m \cdot c_v \cdot [T_3 - T_2] \quad \text{für die Erwärmung des Fluids}$$

$$Q_{41} = m \cdot c_v \cdot [T_4 - T_1] \quad \text{für die Abkühlung des Fluids}$$

Da die Isochoren wiederum über die Isothermen verbunden sind, gilt für die Temperaturen:

$$T_3 = T_4$$

$$T_2 = T_1$$

Daraus folgt unmittelbar:

$$Q_{23} = -Q_{41}$$

Lässt man die Flächen der Isochoren im T - S -Diagramm wegfallen, da diese Wärme nur intern ausgetauscht wird, kommt man zu Bild 2.6 links. Da die Positionen der beiden Flächen auf der Abszisse für die Wärmemenge keine Bedeutung haben, lassen sich die Flächen übereinander schieben (Bild 2.6 rechts) und man erhält so effektiv den Carnotprozess mit seinem idealen Wirkungsgrad.

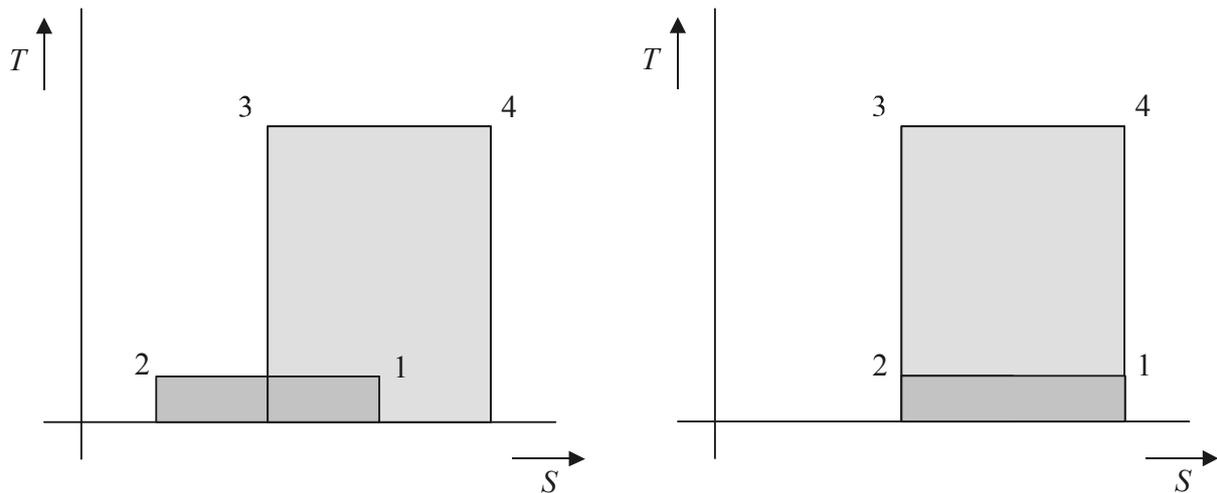


Bild 2.6 Wärmeaustausch des Stirlingprozesses mit der Umgebung

Man könnte annehmen, dass auch während der isochoren Zustandsänderung ein Wärmeaustausch in Erhitzer und Kühler stattfindet, da diese beiden Wärmetauscher gerade dann am intensivsten durchströmt werden. Ein Wärmeaustausch findet dort jedoch nicht statt, da bei einem idealen Regenerator das Arbeitsgas schon mit der Temperatur in den Erhitzer bzw. Kühler gelangt, die dieser besitzt. Es entsteht also kein Temperaturgefälle zwischen Gas und Wand und somit auch keine Wärmeübertragung.

2.2 Wirkungsgrad des Idealprozesses

Da der ideale Stirlingprozess nur auf den Isothermen Wärme mit der Umgebung austauscht, sind auch nur diese für die Bestimmung des Wirkungsgrades relevant.

Nach der allgemeinen Definition eines Kreisprozesses befindet sich das Arbeitsgas nach einem vollständigen Durchlauf wieder in seinem Ursprungszustand. Die innere Energie am Ende entspricht damit wieder der ursprünglichen inneren Energie. Nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik folgt damit:

$$\oint dQ + \oint dW = \Delta U = 0$$

$$Q_{12} + Q_{34} = -W$$

Für den Stirlingprozess folgt damit:

$$\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_{34}}$$

$$\eta_{th} = \frac{-W}{Q_{34}}$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{34}} = 1 + \frac{Q_{12}}{Q_{34}}$$

Die auf Isothermen ausgetauschte Wärme lässt sich aus dem ersten Hauptsatz bestimmen. Da die Temperaturänderung gemäß der Definition einer Isothermen gleich null ist gilt:

$$dQ + dW = m \cdot c_V \cdot dT = 0$$

$$dQ = -dW$$

So folgt aus der mechanischen Arbeit auch die Wärme

$$Q_{12} = -W_{12} = \int_1^2 p \cdot dV$$

Mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung lässt sich der Druck p als Funktion des Volumens V ausdrücken:

$$p(V) = m \cdot R \cdot T \frac{1}{V} \quad \text{wobei } T \text{ hier konstant ist.}$$

$$Q_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$Q_{34} = \int_3^4 p \cdot dV = m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

Da aus dem Prozess-Verlauf erkennbar ist, dass

$$V_2 = V_3 \quad \text{und} \quad V_4 = V_1$$

lässt sich die Wärme Q_{34} über V_1 und V_2 ausdrücken.

$$Q_{34} = \int_3^4 p \cdot dV = m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = -m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Eingesetzt in die Wirkungsgradgleichung ergibt sich:

$$\eta_{th} = 1 + \frac{m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{-m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

$T_1 = T_2 = T_C$ Kompressionsraumtemperatur

$T_3 = T_4 = T_E$ Expansionsraumtemperatur

Der Wirkungsgrad des Idealprozesses entspricht damit dem des Carnotprozess und ist lediglich eine Funktion der beiden Prozesstemperaturen.

2.3 Arbeit des Idealprozesses

Ähnlich der Bestimmung des Wirkungsgrades lässt sich auch die Arbeit des idealen Stirlingprozesses bestimmen. Ihr proportional ist die Leistung der Maschine.

$$W = -[Q_{12} + Q_{34}]$$

$$W = -m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$W = m \cdot R \cdot (T_3 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W = -m \cdot R \cdot (T_3 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$|W| = m \cdot R \cdot (T_3 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

Bitte beachten Sie hier, dass die Gasmasse m in der Maschine auch von den Volumina V_2 bzw. V_1 abhängt. Erläuterungen dazu siehe Kapitel 16.

2.4 Arithmetischer Mitteldruck des Prozesses

Die Gleichung für die Arbeit des Idealprozesses

$$|W| = m \cdot R \cdot (T_3 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

ist für die Anschauung etwas unübersichtlich, da die Gasmasse m von den Volumina V_1 und V_2 abhängt. Im Folgenden soll diese Gleichung in eine andere Form überführt werden, die den arithmetischen Mitteldruck p_m des Prozesses statt der Gasmasse enthält.

Der arithmetische Mitteldruck p_m des Idealprozesses wird nicht über den Kurbelwinkel wie in Kapitel 1, sondern über das Volumen berechnet:

$$p_m = \frac{\int_1^2 pdV + \int_3^4 pdV}{2\Delta V}$$
$$p_m = \frac{m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{2(V_1 - V_2)}$$
$$p_m = \frac{m \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \cdot (T_1 + T_3)}{2(V_1 - V_2)}$$

Man beachte, dass für die isotherme Zustandsänderung von 1 nach 2 hier nicht von 1 nach 2, sondern von 2 nach 1 integriert wird, da sonst der Wert des Integrals negativ wäre und nicht zum gewünschten Mitteldruck führt!

Formt man diese Gleichung um:

$$\frac{p_m \cdot 2 \cdot (V_1 - V_2)}{(T_1 + T_3)} = m \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

und setzt sie in die Gleichung für die Arbeit des Idealprozesses ein, so folgt:

$$W = -2 \cdot p_m \cdot (V_1 - V_2) \cdot \frac{(T_3 - T_1)}{(T_1 + T_3)}$$

Für ein gegebenes veränderliches Volumen $V_1 - V_2$ und gegebenen Mitteldruck p_m ist die Arbeit konstant und damit unabhängig von V_2 . Interessant an dieser Gleichung ist, dass sie die gleiche Gestalt wie die Gleichung von WEST – siehe Abschnitt 9.3.2 – besitzt. Sie unterscheidet sich lediglich in dem konstanten Faktor, der hier zwei beträgt. Mit anderen Worten: WEST schätzt die Arbeit einer realen Maschine auf 17,5% ($0,35/2 = 0,175$) der Arbeit des Idealprozesses.

2.5 Der Bewegungsablauf in der Maschine

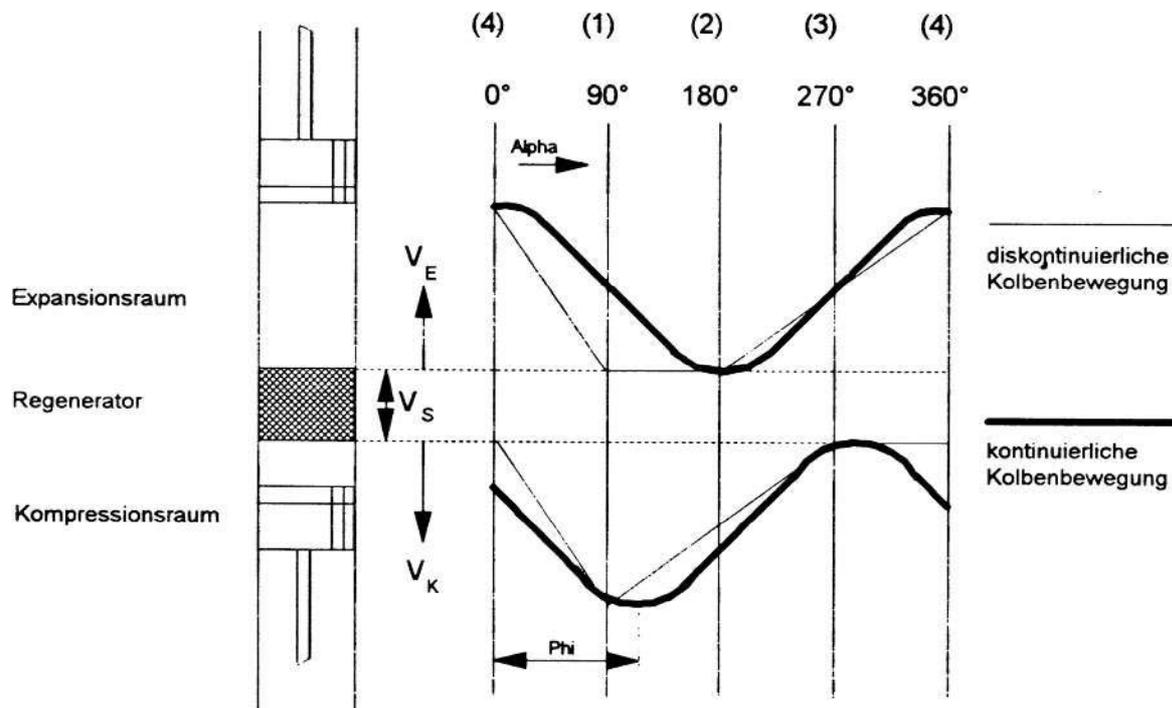


Bild 2.7 Kontinuierlicher und diskontinuierlicher Bewegungsablauf des Stirlingprozesses [57]

Der Bewegungsablauf des idealen Stirlingprozesses ist diskontinuierlich. Die Kolben werden für bestimmte Prozessphasen angehalten. Einen solchen Bewegungsablauf in der Praxis auch nur anzunähern würde eine sehr komplizierte Kinematik des Kurbeltriebs erfordern und sehr hohe Beschleunigungen und somit auch hohe Kräfte mit sich bringen. Im Allgemeinen werden in der Praxis daher konventionelle Kurbeltriebe verwendet, die eine kontinuierliche, annähernd sinusförmige Bewegung der Kolben erzeugen. In den Scheitelbereichen dieser Sinusbewegung ist die Bewegungsgeschwindigkeit naturgemäß sehr klein, was eine Annäherung an die Stillstandsphasen der diskontinuierlichen Bewegung darstellt.

Da so die Ecken im p - V -Diagramm verrundet werden, reduziert sich die Leistung der Maschine, was aber durchaus zugunsten des einfacheren Aufbaus toleriert werden kann.

Bitte beachten Sie zum Verständnis, dass die Anfänge und Enden der vier Zustandsänderungen des Kreisprozesses nicht mit den Extrempositionen der beiden Kolben zusammenfallen, wie es bei Viertakt-Otto- und Dieselmotoren der Fall ist.

2.6 Wärmekraft- oder Arbeitsmaschine

Eine Stirlingmaschine kann prinzipiell sowohl als Wärmekraftmaschine wie auch als Kältemaschine bzw. Wärmepumpe benutzt werden. Ob die Maschine nun als Kraft- oder Arbeitsmaschine wirkt, richtet sich danach, ob sie entweder beheizt und gekühlt wird und so als Motor arbeitet oder ob sie extern angetrieben wird und als Arbeitsmaschine Wärme von der kalten Seite auf die warme Seite überträgt und so als Kältemaschine oder als Wärmepumpe genutzt werden kann. Wird sie als Arbeitsmaschine betrieben, so behalten Expansions- und Kompressionsraum ihre Funktion bei. Im Expansionsraum wird weiterhin von außen Wärme aufgenommen, im Kompressionsraum wird Wärme nach außen abgeführt. Allerdings ist in diesem Fall der Expansionsraum der kältere, der Kompressionsraum der wärmere Raum.

2.7 Drehrichtung und deren Umkehr

Da die beiden Kolben der Maschine sich um 90° phasenverschoben zueinander bewegen, führt eine Umkehr der Drehrichtung dazu, dass sich „warmer“ und „kalter“ Raum vertauschen. Dies gilt sowohl für die Wärmekraftmaschine wie auch für die Kältemaschine.

2.8 Der Regenerator

Wie schon der Idealprozess zeigt, hat der Regenerator maßgeblichen Einfluss auf den Wirkungsgrad der Stirlingmaschine. Neben der Darstellung im T - S -Diagramm kann man auch durch direkte Betrachtung der Vorgänge in der Maschine eine anschauliche Begründung dafür liefern.

Fehlt der Regenerator, so muss während den Isochoren, wenn das Gas vom kalten Raum in den warmen Raum oder umgekehrt strömt, der für die Temperaturänderung notwendige Wärmestrom komplett von außen zu- bzw. abgeführt werden. Es entsteht ein immenser Wärmestrom, letztlich von „warm“ nach „kalt“, ohne dass aber die Maschinenleistung steigen würde. Der Wirkungsgrad sinkt dramatisch ab.

2.8.1 Temperaturprofil

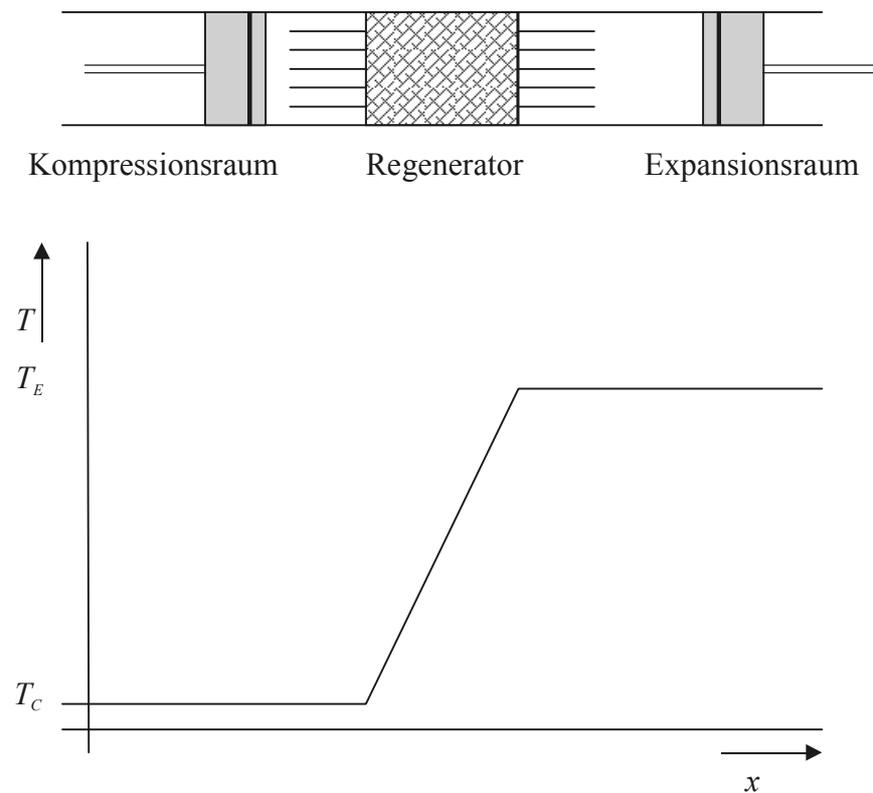


Bild 2.8 Das ideale Temperaturprofil im Regenerator

Die Wärmekapazität des Regenerators soll so groß sein, dass sich die Temperatur des Regeneratormaterials beim Durchströmen des Fluids nicht merklich ändert. Dabei soll sich ein lineares Temperaturprofil einstellen, wie es Bild 2.8 zeigt. Hier nimmt bei unendlicher Wärmekapazität des Regenerators und idealem Wärmeaustausch mit ihm das Fluid auf seinem Weg durch den Regenerator stets dessen örtliche Temperatur an.

2.8.2 Wärme im Regenerator

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie groß die im Regenerator zu speichernde Wärme gegenüber der abgegebenen Arbeit ist. Als Grundlage dient wieder der Idealprozess.

Für den Wärmeaustausch auf der Isochoren gilt:

$$Q_{23} = m \cdot c_v \cdot [T_3 - T_2]$$

$$Q_{41} = m \cdot c_v \cdot [T_1 - T_4]$$

$$T_4 = T_3 \text{ und } T_1 = T_2$$

$$Q_{23} = -Q_{41} = m \cdot c_v \cdot [T_3 - T_1]$$

Die Arbeit des Prozesses

$$W_{ab} = -m \cdot R \cdot (T_3 - T_1) \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

und $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$

eingesetzt ergibt:

$$Q_{23} = c_v \cdot \frac{W_{ab}}{R \cdot \ln \varepsilon}$$

Bezogen auf die Arbeit ergibt sich:

$$\frac{Q_{23}}{W_{ab}} = \frac{c_v}{R \cdot \ln \varepsilon}$$

Für $\frac{c_v}{R}$ lässt sich schreiben:

$$\frac{c_v}{R} = \frac{c_v}{c_p - c_v} = \frac{c_v}{c_v \cdot \kappa - c_v}$$

und man erhält schließlich:

$$\frac{Q_{23}}{W_{ab}} = \frac{1}{[\kappa - 1] \cdot \ln \varepsilon}$$

Für eine gegebene Arbeit steigt die im Regenerator zu speichernde Wärme mit fallendem Verdichtungsverhältnis an. Ist diese Wärme groß, muss auch der Regenerator groß sein. Ein damit verbundener, entsprechend großer Totraum des Regenerators senkt die Arbeit der Maschine.

Für eine Maschine mit dem typischen Verdichtungsverhältnis von 2 und Luft als Arbeitsgas muss der Regenerator das 3,6-fache an Wärme zwischenspeichern gegenüber dem, was die Maschine an Arbeit abgibt.

2.8.3 Regeneratorverlust/-wirkungsgrad

Der Begriff Verlust ist im Zusammenhang mit dem Regenerator ein wenig missverständlich. Gemeint ist die Wärme, die der Erhitzer zusätzlich dem Arbeitsgas zuführen bzw. die der Kühler zusätzlich abführen muss. Der *ideale*, d. h. verlustfreie Regenerator heizt das Gas, wenn es vom Kompressionsraum in den Expansionsraum strömt, auf Erhitzertemperatur auf, so dass es im folgenden Erhitzer keine Wärme mehr aufnehmen kann. Im nichtidealen Regenerator ist die Wärmeübergangszahl begrenzt, und das Gas verlässt den Regenerator mit einer Temperatur kleiner der Erhitzertemperatur bzw. für die umgekehrte Strömungsrichtung mit einer Temperatur über der Kühler Temperatur.

Der Erhitzer muss so auch für die isochore Erwärmung Wärme zuführen, der Kühler analog für die isochore Kühlung Wärme abführen. Der Wärmestrom durch die Maschine steigt an, während die Arbeit konstant bleibt. In Folge sinkt der Wirkungsgrad der Maschine.

Die Druckverluste im Regenerator zählen nicht zu den thermischen Verlusten und seien hier unberücksichtigt. Die Druckverluste reduzieren die mechanische Arbeit der Maschine [25].

2.9 Verdichtungsverhältnis

Während sich bei Otto- und Dieselmotoren das Verdichtungsverhältnis aus den Volumina in den Extrempositionen der Kolben ergibt, hängt das Verdichtungsverhältnis von Stirlingmaschinen (vom α -Typ) wesentlich vom Phasenverschiebungswinkel der Kolben ab.

Durch die erforderlichen Wärmetauscher und den Regenerator entstehen erhebliche Totvolumina, so dass Stirlingmaschinen meist nur ein Verdichtungsverhältnis in der Größenordnung von 2 bis 3 erreichen [65], während bei Otto- und Dieselmotoren Werte von 9 bzw. 22 (für Direkteinspritzer-Dieselmotoren ca. 17) typisch sind.

Zur Bedeutung des Verdichtungsverhältnisses siehe auch Abschnitt 16.1.

Wie sich das Verdichtungsverhältnis aus der Maschinengeometrie ergibt, soll Abschnitt 2.9.1 zeigen.

2.9.1 Verdichtungsverhältnis von Alpha-Maschinen

Das Verdichtungsverhältnis von α -Maschinen hängt im Wesentlichen vom Totvolumen in der Maschine und der Phasenverschiebung der Kolben zueinander ab. Durch die Wahl der Hubvolumina ließe sich eine zusätzliche Variation des Verdichtungsverhältnisses realisieren.

Folgende Rechnung soll den Zusammenhang mathematisch verdeutlichen. Sie beschränkt sich jedoch auf gleiche Hubvolumina.

Werden die Kolbenbewegungen als rein sinusförmig angenommen, ergeben sich die Volumina zu

$$V_E = \frac{V_{HE}}{2} \cdot [1 - \cos \alpha]$$

$$V_C = \frac{V_{HC}}{2} \cdot [1 - \cos(\alpha - \varphi)]$$

V_E	Expansionsvolumen
V_C	Kompressionsvolumen
V_{HE}	Expansionshubvolumen
V_{HC}	Kompressionshubvolumen
α	Kurbelwinkel
φ	Phasenverschiebungswinkel
V_D	Totvolumen

Das Gesamtvolumen ergibt sich als Summe dieser beiden, zuzüglich dem Totvolumen:

$$V(\alpha) = \frac{V_{HE}}{2} \cdot [1 - \cos \alpha] + \frac{V_{HC}}{2} \cdot [1 - \cos(\alpha - \varphi)] + V_D$$

Es soll nun theoretisch untersucht werden, für welche Phasenverschiebungswinkel welches Verdichtungsverhältnis folgt. Den jeweiligen Kurbelwinkel für die Extremvolumina V_{min} oder V_{max} , den man zur Bestimmung des Verdichtungsverhältnisses benötigt, erhält man durch Ableiten nach dem Kurbelwinkel und Nullsetzen dieser Funktion.

$$\frac{dV(\alpha)}{d\alpha} = \frac{V_{HE}}{2} \cdot \sin \alpha + \frac{V_{HC}}{2} \cdot \sin(\alpha - \varphi)$$

$$0 = \frac{V_{HE}}{2} \cdot \sin \alpha + \frac{V_{HC}}{2} \cdot \sin(\alpha - \varphi)$$

$$\frac{V_{HE}}{V_{HC}} = -\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha}$$

Zur Vereinfachung der folgenden Rechnung seien die beiden Hubvolumina gleich.

$$1 = -\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha}$$

Mit Hilfe des Additionstheorems

$$\sin(\alpha - \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi - \cos \alpha \cdot \sin \varphi$$

für die Sinus-Funktion erhält man:

$$1 = \frac{-\sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$1 = -\cos \varphi + \cot \alpha \cdot \sin \varphi$$

$$1 + \cos \varphi = \cot \alpha \cdot \sin \varphi$$

Den Sinus durch ein Additionstheorem ersetzt, folgt:

$$\frac{1 + \cos \varphi}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}} = \cot \alpha$$

$$\tan \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{1 + \cos \varphi}$$

$$\alpha_{\min/\max} = \arctan \pm \left[\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{1 + \cos \varphi} \right] + [0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots]$$

Bestimmt man daraus die Extremvolumina und das Verdichtungsverhältnis für verschiedene Phasenverschiebungswinkel, so erhält man die Funktion in Bild 2.9.

Für den typischen Phasenverschiebungswinkel von 90° kann das Verdichtungsverhältnis selbst ohne Totvolumina den Wert von 5,83 nicht überschreiten.

Für Bild 2.9 wurde ein relatives Totvolumen von 0,3 zugrunde gelegt, da ε sonst für $\varphi = 0$ gegen unendlich ginge.

Verdichtungsverhältnis einer α -Maschine
mit zwei gleichen Hubvolumina

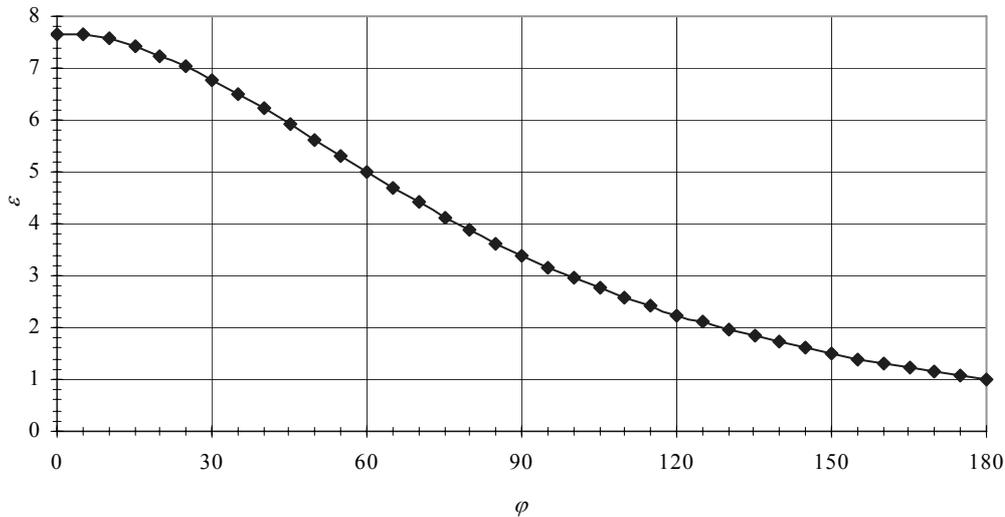


Bild 2.9 Verdichtungsverhältnis einer α -Maschine als Funktion des Phasenverschiebungswinkels

2.9.2 Verdichtungsverhältnis von Gamma-Maschinen

Bei der γ -Maschine stellt das gesamte Verdrängerhubvolumen bezüglich des Gesamtvolumens eine invariante Größe dar. Die Phasenverschiebung der beiden Kolbenbewegungen hat hier keinen Einfluss auf das Verdichtungsverhältnis.

$$\varepsilon = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_{HE} + V_{HC} + V_{DC} + V_{DE} + V_R}{V_{HE} + V_{DC} + V_{DE} + V_R}$$

Das Expansionshubvolumen V_{HE} entspricht hier dem Verdrängerhubvolumen, das Kompressionshubvolumen V_{HC} entspricht dem Arbeitshubvolumen.

2.9.3 Verdichtungsverhältnis von Beta-Maschinen

Für die β -Maschine gilt Ähnliches wie für die γ -Maschine. Da bei der β -Maschine jedoch die Hübe der beiden Kolben überlappen, ist ein höheres Verdichtungsverhältnis als bei der γ -Maschine möglich. Es gilt analog:

$$\varepsilon = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_{HE} + V_{HC} + V_{DC} + V_{DE} + V_R - V_B}{V_{HE} + V_{DC} + V_{DE} + V_R - V_B}$$

V_B Überlappungsvolumen

Zur Bestimmung des Überlappungsvolumens siehe Abschnitt 10.3.1.