

Vogel Fachbuch

Kamprath-Reihe

Bohl / Elmendorf

Technische Strömungs- lehre

Willi Bohl
Wolfgang Elmendorf

Technische Strömungslehre

Kamprath-Reihe

Prof. Dipl.-Ing. Willi Bohl
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Elmendorf

Technische Strömungslehre

Stoffeigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen, Hydrostatik,
Aerostatik, Inkompressible Strömungen, Kompressible
Strömungen, Strömungsmesstechnik

15., überarbeitete und erweiterte Auflage

Vogel Buchverlag

Prof. Dipl.-Ing. WILLI BOHL,

Jahrgang 1936. Nach dem Abitur 1955 und anschließendem Industriepraktikum studierte er bis 1960 Maschinenbau an der Technischen Hochschule Karlsruhe (heute Universität) mit abschließendem Diplom. Einer zweijährigen Industrietätigkeit folgte die Dozentur an der damaligen Fachhochschule Heilbronn. Prof. Bohl betreute bis 1999 die Vorlesungen und Übungen für Strömungslehre und Strömungsmaschinen und war Leiter des Labors Strömungsmaschinen.

Von den Autoren sind folgende Vogel-Fachbücher erschienen:

BOHL/ELMENDORF: Strömungsmaschinen 1

W. BOHL: Strömungsmaschinen 2

BOHL/ELMENDORF: Technische Strömungslehre

Prof. Dr.-Ing. WOLFGANG ELMENDORF,

Jahrgang 1960. Nach dem Abitur 1979 und dem Wehrdienst studierte er bis 1986 Maschinenbau an der RWTH Aachen. Während der nachfolgenden wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Strahlantriebe der RWTH beschäftigte sich Wolfgang Elmendorf insbesondere mit Transsonik- und Überschallverdichtern. Nach der Promotion 1994 arbeitete er bei der Siemens AG KWU zunächst in der Verdichterentwicklung und übernahm später die Verantwortung für die Anlagenbewahrung und Rotordynamik der Gasturbinen.

Prof. Dr.-Ing. W. Elmendorf, seit 1999 Nachfolger von Prof. W. Bohl an der Hochschule Heilbronn, ist dort für Vorlesungen und Labore im Bereich Strömungstechnik, Strömungsmaschinen und CFD (Computational Fluid Dynamics) verantwortlich.

Weitere Informationen:
www.vogel-buchverlag.de

 <http://twitter.com/vogelbuchverlag>

 www.facebook.com/vogel.buchverlag

 www.vogel-buchverlag.de/rss/buch.rss

ISBN 978-3-8343-3329-2

15. Auflage, 2014

Alle Rechte, auch der Übersetzung, vorbehalten.
Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Hiervon sind die in §§ 53, 54 UrhG ausdrücklich genannten Ausnahmefälle nicht berührt.

Printed in Germany

Copyright 1971 by

Vogel Business Media GmbH & Co. KG,

Würzburg

Satzherstellung und digitale Bildbearbeitung:

Fotosatz-Service Köhler GmbH, Würzburg

Vorwort

Sowohl die mehr als 40-jährige Lehr- und Praxiserfahrung von Prof. Dipl.-Ing. Willi Bohl als auch die mehr als 25-jährige Lehr- und Praxiserfahrung von Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Elmendorf – beide haben sich intensiv mit strömungstechnischen Abläufen in Industrie und Forschung beschäftigt – sind Grundlage dieses Lehrbuchs. Das gilt auch für Erfahrungen aus der langjährigen Betreuung von Studien- und Abschlussarbeiten, die meist über einen engen Industriekontakt im Labor für Strömungsmaschinen der Hochschule Heilbronn von den Autoren begutachtet wurden.

Seit der 1. Auflage 1971 wurde dieses Standardwerk kontinuierlich weiterentwickelt und auf dem Stand der Technik im Umfang mehr als verdoppelt. Das hier beschriebene und konkretisierte Know-how der technischen Strömungslehre, einschließlich der kompressiblen Strömungen und der immens wichtigen Strömungsmesstechnik, gewährleistet eine praxisnahe Ausbildung für Studentinnen und Studenten im Maschinen- und Anlagenbau sowie der Versorgungs- und Verfahrenstechnik. Wichtige Grundgleichungen wurden abgeleitet und Grenzen der Genauigkeit der Berechnungen erläutert. 46 durchgerechnete Beispiele zum jeweiligen Thema festigen das Gelernte.

Zahlreiche aussagekräftige Bilder, Tabellen, Diagramme mit Stoffeigenschaften und empirische Beiwerte ermöglichen auch dem Ingenieur und Techniker, das Lehrbuch als Nachschlagewerk für Lösungen von strömungstechnischen Aufgaben in der täglichen Praxis zu nutzen. Besonders ausführlich ist diesbezüglich das Thema Stoffströme in geschlossenen Rohrleitungen bearbeitet. Zur Bewältigung mathematischer und physikalischer Berechnungen genügen Kenntnisse der einfachen Mechanik, der Differential- und Integralrechnung.

Da das Buch auch als Vorlesungsbegleitbuch an Hochschulen, Fachhochschulen und vergleichbaren Bildungseinrichtungen verwendet wird, wurden die abgeleiteten bzw. aus anderen Quellen übernommenen Gesetzmäßigkeiten und Gleichungen (von wenigen Ausnahmen abgesehen) als Größengleichungen angelegt – sie gelten demnach unabhängig vom verwendeten Maßsystem. Die Bezeichnungen der physikalischen Größen und Werte entsprechen weitestgehend den einschlägigen ISO- und DIN-Normen sowie VDI-Richtlinien.

Wir bedanken uns beim Vogel Buchverlag für die fachmännische Beratung und Unterstützung sowie den gewohnt sorgfältigen Druck.

Resonanz zum Buch und den vermittelten Lösungswegen ist uns stets willkommen, weil ein lebendiger Wissensaustausch Forschungs- und Lehrbetrieb immer wieder motivieren und inspirieren kann. Den schnellsten Kontakt erfüllt eine E-Mail: wolfgang.elmendorf@hs-heilbronn.de.

Heilbronn

Willi Bohl
Wolfgang Elmendorf

Der Onlineservice InfoClick bietet unter www.vogel-buchverlag.de nach Codeeingabe eventuell zusätzliche Informationen und Aktualisierungen. Fordern Sie für Ihr E-Book den Code unter buch@vogel-buchverlag.de an!

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Die wichtigsten Formelzeichen und Einheiten	13
1 Stoffeigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen	17
1.1 Einleitung	17
1.2 Dichte, spezifisches Volumen	17
1.2.1 Definitionen	17
1.2.2 Dichte von Flüssigkeiten	18
1.2.3 Dichte von Gasen und Dämpfen	19
1.2.4 Dichte von Luft	19
1.3 Schallgeschwindigkeit	20
1.4 Viskosität	22
1.4.1 Einleitung	22
1.4.2 Viskosität Newton'scher Fluide	22
1.4.2.1 Dynamische Viskosität	22
1.4.2.2 Kinematische Viskosität	23
1.4.2.3 Temperaturabhängigkeit der Viskosität	24
1.4.2.4 Druckabhängigkeit der Viskosität	26
1.4.2.5 Arbeitsunterlagen und Gebrauchsformeln	26
1.4.3 Viskosität nicht Newton'scher Fluide	30
1.5 Thermische Stoffwerte	31
1.5.1 Einleitung	31
1.5.2 Spezifische Wärmekapazität	31
1.5.3 Gaskonstante	34
1.5.4 Enthalpie	35
1.5.5 Dampfdruck	35
1.6 Oberflächenspannungen und Kapillarität	35
1.6.1 Einleitung	35
1.6.2 Oberflächenspannung	36
1.6.3 Haftspannung	37
1.6.4 Grenzflächendruck (Kapillardruck)	40
1.6.5 Kapillarität	41
2 Hydrostatik	45
2.1 Ausbildung der freien Oberfläche	45
2.2 Hydrostatischer Druck	48
2.2.1 Grundbegriffe	48
2.2.2 Einheiten	49
2.2.3 Erzeugung des hydrostatischen Druckes	50
2.2.3.1 Kolbendruck	50
2.2.3.2 Druckarbeit	52
2.2.3.3 Schweredruck	52
2.2.3.4 Kommunizierende Gefäße	53
2.3 Druckkräfte	54
2.3.1 Druckkräfte bei Wirkung des Kolbendruckes	54
2.3.1.1 Druckkräfte gegen ebene Wände	54
2.3.1.2 Druckkräfte gegen gekrümmte Wände	55
2.3.2 Druckkräfte bei Wirkung des Schweredruckes	57
2.3.2.1 Druckkräfte gegen ebene Wände	57
2.3.2.2 Druckkräfte gegen gekrümmte Wände	61

2.3.2.3	Aufwärts gerichtete Vertikaldruckkraft (Aufdruckkraft)	66
2.4	Auftrieb und Schwimmen	67
2.4.1	Statischer Auftrieb	67
2.4.2	Thermischer Auftrieb	68
2.4.3	Schwimmen und Schweben	69
2.4.4	Stabilität	70
2.4.4.1	Einleitung	70
2.4.4.2	Stabilität von vollständig eingetauchten Körpern	70
2.4.4.3	Stabilität von teilweise eingetauchten Körpern	71
3	Aerostatik	75
3.1	Einleitung	75
3.2	Zusammensetzung der Atmosphäre	75
3.3	Schichtung der Atmosphäre	75
3.4	Isotherme Schichtung	77
3.5	Isentrope Schichtung	79
3.6	Polytrope Schichtung	80
3.7	Normatmosphäre	81
4	Inkompressible Strömungen	83
4.1	Einleitung	83
4.2	Grundbegriffe	83
4.3	Grundgleichungen	89
4.3.1	Kontinuitätsgleichung (Durchflussgleichung)	89
4.3.2	Energiegleichung	90
4.3.2.1	Bewegungsgleichung längs einer Stromlinie	90
4.3.2.2	Energiegleichung längs einer Stromröhre	91
4.3.2.3	Verschiedene Druckbegriffe in einem strömenden Fluid	96
4.3.2.4	Einige praktische Anwendungen der Energiegleichung	100
4.3.3	Druckänderung senkrecht zur Strömungsrichtung	105
4.3.4	Impulssatz	108
4.3.4.1	Allgemeine Ableitung und Darstellung	108
4.3.4.2	Anwendungen und Beispiele	111
4.3.5	Drallsatz	132
4.3.5.1	Allgemeine Formulierung	132
4.3.5.2	Spezielle Formulierung	133
4.3.5.3	Anwendungen	134
4.4	Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln	138
4.4.1	Einleitung	138
4.4.2	Ähnlichkeitsbedingungen	139
4.4.3	Reynolds-Zahl	140
4.4.4	Froude-Zahl	142
4.5	Modellversuche	143
4.6	Strömungsformen	144
4.6.1	Einleitung	144
4.6.2	Laminare und turbulente Rohrströmung	144
4.6.3	Umströmung von Kreiszyllindern und Kugeln	146
4.6.4	Strömende und schießende Bewegung bei Strömungen mit freier Oberfläche unter Schwerkereinfluss	147
4.6.5	Turbulenzgrad	147
4.7	Stoffströme in geschlossenen Rohrleitungen (Rohrhydraulik)	148
4.7.1	Energiegleichung für reibungsbehaftete Strömungen	148
4.7.1.1	Stationäre Strömungen	148
4.7.1.2	Instationäre Strömungen	150
4.7.2	Druckabfall in Rohrleitungen mit kreisförmigem Querschnitt bei laminarer Strömung ($Re < 2320$)	151

4.7.3	Druckabfall in Rohrleitungen mit kreisförmigem Querschnitt bei turbulenter Strömung ($Re > 2320$)	155
4.7.3.1	Einleitung	155
4.7.3.2	Geschwindigkeitsverteilung	155
4.7.3.3	Druckabfall	161
4.7.4	Druckabfall in Rohrleitungen mit kreisförmigem Querschnitt bei Strömung nicht Newton'scher Flüssigkeiten	167
4.7.4.1	Einleitung	167
4.7.4.2	Fließgesetze	168
4.7.4.3	Repräsentative Viskosität	169
4.7.4.4	Druckverlust	169
4.7.5	Druckabfall in gewellten Rohren	170
4.7.6	Rohre mit nicht kreisförmigen Querschnitten	172
4.7.6.1	Hydraulischer Durchmesser	172
4.7.6.2	Bestimmung der Rohrreibungszahl	173
4.7.7	Strömungsverluste in Rohrleitungselementen	178
4.7.7.1	Grundlagen	178
4.7.7.2	Rohreinläufe	181
4.7.7.3	Rohrausläufe	181
4.7.7.4	Querschnittsänderungen	181
4.7.7.5	Richtungsänderungen	200
4.7.7.6	Rohrverzweigungen	207
4.7.7.7	Dehnungsausgleicher	209
4.7.7.8	Absperr- und Regelorgane	209
4.7.7.9	Drosselgeräte	212
4.7.7.10	Filter und Siebe	214
4.7.7.11	Zusammengesetzte Widerstände	222
4.7.8	Einlaufstrecke (Rohreinlauf)	226
4.7.9	Spaltströmungen	229
4.8	Strömung in offenen Gerinnen	239
4.8.1	Einleitung	239
4.8.2	Geschwindigkeitsverteilung	239
4.8.3	Fließformeln	240
4.8.4	Hydraulisch optimale Profile	243
4.9	Ausfluss aus Behältern	246
4.9.1	Ausfluss durch kleine Öffnungen bei konstantem Druckunterschied und konstanter Spiegelhöhe	246
4.9.2	Ausfluss ins Freie durch große Öffnungen unter dem Einfluss der Schwere bei konstanter Spiegelhöhe	252
4.9.3	Ausfluss unter Gegendruck bei konstantem Niveauunterschied	254
4.9.4	Ausfluss bei veränderlicher Spiegelhöhe	254
4.9.4.1	Ausfluss aus kleinen Öffnungen unter dem Einfluss der Schwere	254
4.9.4.2	Instationärer Ausfluss unter Gegendruck	258
4.10	Umströmung von Körpern (Außenströmung)	260
4.10.1	Strömungsbilder	260
4.10.2	Kraftwirkungen	268
4.10.2.1	Einleitung	268
4.10.2.2	Reibungswiderstand (Flächenwiderstand)	270
4.10.2.3	Radscheibenreibung	272
4.10.2.4	Druckwiderstand (Formwiderstand)	277
4.10.2.5	Gesamtwiderstand	277
4.10.3	Luftkräfte an Fahrzeugen	285
4.10.3.1	Einleitung	285
4.10.3.2	Luftwiderstand	285
4.10.3.3	Auftrieb	286
4.10.3.4	Seitenwindkraft	287
4.10.4	Schwebegeschwindigkeit von Kugeln	288

4.11	Tragflügel	290
4.11.1	Einleitung	290
4.11.2	Kurze Einführung in die Geschichte der Tragflügeltheorie	290
4.11.3	Profilgeometrie	292
4.11.4	Kräfte am unendlich breiten Tragflügel	294
4.11.5	Druckverteilung am Profil	295
4.11.6	Polardiagramm	297
4.11.7	Induzierter Widerstand	302
5	Kompressible Strömungen	305
5.1	Einleitung	305
5.2	Schallausbreitung	305
5.3	Grundgleichungen der 1-dimensionalen Stromfadentheorie	308
5.3.1	Kontinuitätsgleichung	308
5.3.2	Energiegleichung, Isentrope und Polytrope	309
5.3.3	Thermodynamische Zustandsgleichung	314
5.3.4	Impulssatz und Drallsatz	314
5.4	Flächen-Geschwindigkeits-Beziehung	314
5.5	Rohrströmungen	315
5.5.1	Druckabfall bei beliebigem Wärmeaustausch	316
5.5.2	Druckabfall bei isothermer Strömung	319
5.5.3	Druckabfall bei adiabater Strömung (Fanno-Strömung)	320
5.5.4	Druckabfall bei adiabater Drosselung	322
5.6	Ausströmvorgänge	325
5.6.1	Ausströmen aus Druckbehältern	325
5.6.1.1	Ausströmgeschwindigkeit und Mach-Zahl	325
5.6.1.2	Austretender Massenstrom	328
5.6.1.3	Kritischer Zustand für eine reibungsfreie Strömung	330
5.6.1.4	Kritischer Zustand für eine reibungsbehaftete Strömung	333
5.6.2	Ausströmen mit Vorgeswindigkeit	338
5.6.3	Laval-Düse	339
5.6.3.1	Verhältnisse im Auslegungspunkt für eine reibungsfreie Strömung	340
5.6.3.2	Verhältnisse im Auslegungspunkt für eine reibungsbehaftete Strömung	342
5.6.3.3	Strömungsverhältnisse bei nicht angepasstem Betrieb	343
5.6.3.4	Konstruktive Gestaltung von Laval-Düsen	346
5.7	Verdichtungsstöße	346
5.7.1	Senkrechter Verdichtungsstoß	347
5.7.2	Schräger Verdichtungsstoß	348
5.8	Prandtl-Meyer-Expansion	350
5.9	Verdichtungsströmungen	352
5.10	Umströmung von Körpern	355
5.10.1	Strömungsbilder	355
5.10.2	Druck- und Temperaturerhöhung im Staupunkt	356
5.10.3	Widerstand von umströmten Körpern	358
5.10.3.1	Widerstand der ebenen Platte	358
5.10.3.2	Widerstand räumlich ausgedehnter Körper	358
5.10.4	Tragflügel	359
5.10.4.1	Tragflügel in reiner Unterschallströmung	360
5.10.4.2	Tragflügel mit örtlichen Verdichtungsstößen	360
5.10.4.3	Tragflügel in reiner Überschallströmung	361
6	Strömungsmesstechnik	363
6.1	Druckmessung	363
6.1.1	Einleitung	363
6.1.2	Druckentnahme und Anbringung von Druckmessgeräten	363

6.1.3	Flüssigkeitsdruckmessgeräte	366
6.1.4	Kolben-Druckmessgeräte	370
6.1.5	Federelastische Manometer	371
6.1.6	Elektrische Druckmessgeräte	372
6.1.6.1	Einleitung	372
6.1.6.2	Widerstandsdruckmesser	372
6.1.6.3	Kapazitive Druckaufnehmer	373
6.1.6.4	Induktive Druckaufnehmer	373
6.1.6.5	Piezoelektrische Druckaufnehmer	374
6.2	Geschwindigkeitsmessung	374
6.2.1	Rotierende Stromwegmesser	374
6.2.2	Staurohre und Sonden	377
6.2.2.1	Druckbegriffe in strömenden Fluiden	377
6.2.2.2	Totaldrucksonden	379
6.2.2.3	Statische Sonden	379
6.2.2.4	Staudrucksonden (Staurohre)	380
6.2.2.5	Strömungsrichtungssonden	382
6.2.3	Thermische Sonden	385
6.2.4	Optische Messsonden	387
6.3	Füllstandsmessung (Niveaumessung)	389
6.4	Volumenmessung	391
6.5	Durchflussmessung	394
6.5.1	Einleitung	394
6.5.2	Netzmessungen	394
6.5.2.1	Grundlagen	394
6.5.2.2	Anordnung und Anzahl der Messpunkte	395
6.5.2.3	Referenzmessung	396
6.5.2.4	Auswertung	397
6.5.3	Wirkdruckverfahren mit Drosselgeräten	399
6.5.4	Durchflussmessung in offenen Gerinnen	411
6.5.4.1	Messwehre (Überfallwehre)	411
6.5.4.2	Venturi-Kanäle	413
6.5.5	Schwebekörper-Durchflussmesser	414
6.5.6	Magnetisch-induktive Durchflussmesser	415
6.5.7	Ultraschall-Durchflussmesser	416
6.5.8	Wirbelzähler-Durchflussmesser	418
6.5.9	Spezielle Verfahren	419
6.5.9.1	Durchflussmessung aus dem Druckabfall in geraden Rohren	419
6.5.9.2	Durchflussmessung an Rohrkrümmern	420
6.5.9.3	Ellison-Annuabar-Durchflussmesser	421
6.5.10	Pulsierende Strömungen	422
6.6	Viskosimetrie	424
6.6.1	Rotationsviskosimeter	424
6.6.2	Falkörperviskosimeter	426
6.6.3	Kapillarviskosimeter	427
Tafelverzeichnis		429
Namensverzeichnis		477
Literaturverzeichnis		479
Stichwortverzeichnis		495

Die wichtigsten Formelzeichen und Einheiten

Formelzeichen	empfohlene SI-Einheit	Bedeutungen
<i>A</i>	m ²	Fläche, Querschnitt
<i>a</i>	m/s ²	Beschleunigung, Verzögerung
<i>a</i>	m, mm	Durchmesser
<i>a</i>	m/s	Schallgeschwindigkeit
<i>B</i>	m	Breite
<i>B</i>	(V · s)/m ²	magnetische Flussdichte
<i>b</i>	m	Breite
<i>C</i>	N	Fliehkraft
<i>C</i>	1	Geschwindigkeitsbeiwert
<i>C</i>	F	elektrische Kapazität
<i>C</i>	1	Durchflusskoeffizient
<i>C_P</i>	1	Ausnutzungsgrad
<i>C_S</i>	1	Schubbelastungsgrad
<i>c</i>	m/s	Absolutgeschwindigkeit
<i>c_A</i>	1	Auftriebsbeiwert
<i>c_a</i>	1	Auftriebsbeiwert
<i>c_D</i>	1	Formwiderstandsbeiwert
<i>c_F</i>	1	Widerstandszahl
<i>c_M</i>	1	Drehmomentenbeiwert
<i>c_m</i>	1	Momentenbeiwert
<i>c_P</i>	J/(kg · K)	isobare spezifische Wärmekapazität
<i>c_S</i>	1	Beiwert der Seitenwindkraft
<i>c_v</i>	J/(kg · K)	isochore spezifische Wärmekapazität
<i>c_w</i>	1	Widerstandsbeiwert
<i>c_{wi}</i>	1	Beiwert des induzierten Widerstandes
<i>D</i>	m	Durchmesser
<i>D</i>	s ⁻¹	Geschwindigkeitsgefälle
<i>d</i>	m	Durchmesser
<i>E</i>	N/m ²	Elastizitätsmodul
<i>e</i>	m	Abstand
<i>F</i>	N	Kraft
<i>Fr</i>	1	Froude-Zahl
<i>f</i>	diverse	Faktor
<i>f</i>	s ⁻¹	Frequenz
<i>G</i>	N	Gewichtskraft
<i>g</i>	m/s ²	Erdbeschleunigung
<i>H</i>	m	Höhe, Fallhöhe, Förderhöhe
<i>H</i>	N	Horizontalkraft
<i>h</i>	m	Höhe, Überfallhöhe
<i>h</i>	J/kg; (N · m)/kg; m ² /s ²	spezifische Enthalpie
<i>He</i>	1	Hedstrom-Zahl
<i>I</i>	m ⁴	Trägheitsmoment, Zentrifugalmoment
<i>I</i>	kg · m/s	Impuls
<i>I</i>	A; mA	elektrische Stromstärke

Formelzeichen	empfohlene SI-Einheit	Bedeutungen
i	1	Ordnungsnummer
J	1; ‰; ‰	Kanalgefälle
K	diverse	Integrationskonstante
K	1	Faktor, Kalibrierbeiwert
K_G	diverse	Gerätekonstante
K_{Ch}	$m^{0,5}/s$	Geschwindigkeitsbeiwert nach Bazin
K_{MS}	$m^{1/3}/s$	Geschwindigkeitsbeiwert nach Manning-Strickler
k	m; mm	Rauigkeit
k	diverse	Faktor
L	m	Länge
l	m	Länge, Strecke
l	mm	Messausschlag
M	$N \cdot m$	Moment, Drehmoment
M	1	Mach-Zahl
M_d	$N \cdot m$	Moment, Drehmoment
M_i	kg/kmol	molare Masse
m	kg	Masse
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
m	1	Öffnungsverhältnis von Drosselgeräten
n	1	Exponent für Geschwindigkeitsprofil
n	1	Öffnungsverhältnis von Behältern
n	1	Anzahl
n	1	Polytropenexponent
O	m^2	Oberfläche
P	W	Leistung
p	Pa; bar	Druck
R	m	Radius
R	N	Kraftresultierende
Re	1	Reynolds-Zahl
R_i	$J/(kg \cdot K)$	spezifische oder spezielle Gaskonstante
R_m	$J/(kmol \cdot K)$	molare oder allgemeine Gaskonstante
R_s	Ω	Ohmscher Widerstand
r	m	Radius
s	m	Weg, Strecke, Länge, Abstand, Blechdicke
s	$J/(kg \cdot K)$	spezifische Entropie
Sr	1	Strouhal-Zahl
T	K	absolute Temperatur
t	m	Tiefe, Eintauchtiefe, Abstand, Teilung
t	s	Zeit
t	°C	Temperatur in Grad Celsius
U	m	Umfang
U	V; mV	elektrische Spannung
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
V	m^3	Volumen
\dot{V}	m^3/s	Volumenstrom
v	m^3/kg	spezifisches Volumen
w	m/s	Geschwindigkeit, Relativgeschwindigkeit
x	m	Länge, Abstand, Koordinate
x	1	Dampfgehalt
y	m	Länge, Abstand, Koordinate
Z	1	Realgasfaktor
z	m	Höhe, Koordinate

Formelzeichen	empfohlene SI-Einheit	Bedeutungen
α	grd, Bogenmaß	Winkel
α	1	Energiestrombeiwert
α	1	Durchflusszahl von Drosselgeräten
α	$m^{1/2}$	Rauigkeitsbeiwert für Gerinne
β	grd, Bogenmaß	Winkel
β	1	Geschwindigkeitsbeiwert
β	1	Durchmesser Verhältnis bei Drosselgeräten
β_p	1/K	isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient
β_T	1/bar	isothermer Kompressibilitätskoeffizient
Γ	m^2/s	Zirkulation
γ	grd, Bogenmaß	Gleitwinkel
γ	1	Impulsstrombeiwert
δ	m, mm	Grenzschichtdicke
δ	grd, Bogenmaß	Winkel
ε	1	Gleitzahl
ε	1	Expansionszahl bei Drosselgeräten
ε_0	F/cm	Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes
ε_r	1	Dielektrizitätskonstante des Fluids
ζ	1	Widerstandszahl
ξ	1	relativer Druckverlust
η	Pa · s	dynamische Viskosität
η	1	Wirkungsgrad
κ	1	Isentropenexponent
λ	1	Rohrreibungszahl
λ	1	Seitenverhältnis von Tragflügeln
μ	1	Ausflusszahl
ν	m^2/s	kinematische Viskosität
ν	1	Prandtl-Meyer-Funktion
ρ	kg/m^3	Dichte
σ	N/m	Oberflächenspannung
σ	grd, Bogenmaß	Winkel
σ	grd	Stoßwinkel
τ	N/m^2	Schubspannung
φ	1	relative Luftfeuchte
φ	grd, Bogenmaß	Winkel
φ	1	Geschwindigkeitsbeiwert
Ψ	1	Ausflussfunktion
ψ	1	Kontraktionszahl
ω	s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit

1 Stoffeigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen

1.1 Einleitung

Das vorliegende Buch befasst sich hauptsächlich mit dem statischen und dynamischen Verhalten homogener Fluide. Unter einem Fluid wird dabei ein flüssiges oder gasförmiges **Kontinuum** verstanden.

Flüssigkeiten sind in 1. Näherung, d.h. für viele praktische Betrachtungen und Rechnungen, dichtebeständig und haben ein festes Volumen bei beliebiger Form. Gase und Dämpfe können abhängig von Druck und Temperatur jedes Volumen bei beliebiger Form annehmen.

Fluide haben im Gegensatz zu festen Körpern die gemeinsame Eigenschaft, dass sich ihre Teilchen durch Druck- und Schubkräfte leicht verschieben lassen.

Flüssigkeiten kann man auch als tropfbare Fluide bezeichnen, Dämpfe und Gase liegen unterhalb der Siedelinie (Bild 1.1).

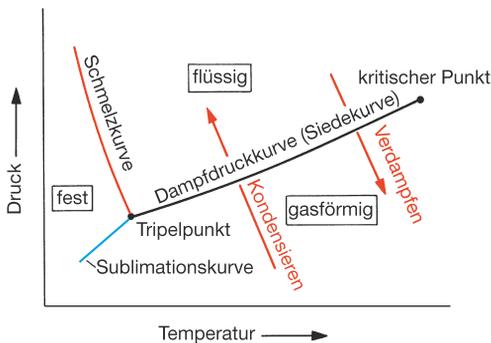


Bild 1.1 Aggregatzustände von Wasser

1.2 Dichte, spezifisches Volumen

1.2.1 Definitionen

Nach DIN 1306 ist die Dichte ρ als Quotient aus Masse m und Volumen V einer Stoffportion definiert:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{Gl. 1.1})$$

Eine Stoffportion ist ein abgegrenzter Fluidbereich, der aus einem oder mehreren Stoffen bestehen kann.

Die **Dimension** der Dichte ist gemäß Definitionsgleichung 1.1:

$$\frac{\text{Masse}}{\text{Länge}^3}$$

Üblicherweise wird als **Einheit**

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

verwendet.

Die Dichte eines Fluids ist von den Zustandsgrößen Druck und Temperatur abhängig.

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_T \cdot dp - \beta_p \cdot dT \quad (\text{Gl. 1.2})$$

$d\rho$ Dichteänderung

ρ Dichte

β_T isothermer Kompressibilitätskoeffizient

β_p isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient

dp Druckänderung

dT Temperaturänderung

Der Kehrwert der Dichte ρ , d.h., der Quotient aus Volumen V und Masse m einer Stoffportion, wird als **spezifisches Volumen** v bezeichnet.

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m} \quad (\text{Gl. 1.3})$$

Die **Dimension** des spezifischen Volumens ist

$$\frac{\text{Länge}^3}{\text{Masse}}$$

Die dazu passende **SI-Einheit** lautet:

$$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Die Angabe von Dichte oder spezifischem Volumen ist nur dann vollständig, wenn neben der genauen Stoffbezeichnung auch noch Temperatur und Druck, bei Gasen u.U. auch noch die Feuchte genannt sind.

1.2.2 Dichte von Flüssigkeiten

Die **Temperaturabhängigkeit** der Dichte von Flüssigkeiten kann durch den in Gleichung 1.2 eingeführten isobaren Wärmeausdehnungskoeffizient β_p ausgedrückt werden:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta_p \cdot \Delta T$$

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 \cdot (1 + \beta_p \cdot \Delta T)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 (1 + \beta_p \cdot \Delta T)}$$

$$\frac{m}{V_0} = \rho_0$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_p \cdot \Delta T} \quad (\text{Gl. 1.4})$$

ρ Dichte bei Temperatur T

ρ_0 Dichte bei Bezugstemperatur T_0
(meist 0°C)

β_p isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient

ΔT Temperaturabweichung zur
Bezugstemperatur T_0

In Tafel 1 im Anhang des Buches ist der isobare Wärmeausdehnungskoeffizient β_p für Wasser zusammengestellt. Tabelle 1.1 enthält Werte weiterer Flüssigkeiten.

Flüssigkeiten besitzen wie feste Körper eine geringe Elastizität. Nimmt man nach dem

Tabelle 1.1 Isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient β_p einiger Flüssigkeiten, Bezugsdruck $p_0 = 1 \text{ bar}$, Bezugstemperatur $t_0 = 0^\circ\text{C}$

Flüssigkeit	β_p in $1/\text{K}$
Wasser	$-0,085 \cdot 10^{-3}$ ($0,207 \cdot 10^{-3}$ bei 20°C)
Quecksilber	$0,181 \cdot 10^{-3}$
Methanol	$1,19 \cdot 10^{-3}$
Benzol	$1,06 \cdot 10^{-3}$
Ethanol	$1,1 \cdot 10^{-3}$
Tetrachlorkohlenstoff	$1,22 \cdot 10^{-3}$
Glycerin	$0,5 \cdot 10^{-3}$

Hooke'schen Gesetz einen linearen Zusammenhang zwischen Volumen- und Druckänderung an, erhält man folgende druckabhängige Dichteänderung:

$$\Delta V = \beta_T \cdot V_0 \cdot \Delta p$$

$$V = V_0 - \Delta V = V_0 - \beta_T \cdot V_0 \cdot \Delta p$$

$$V = V_0 (1 - \beta_T \cdot \Delta p)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 (1 - \beta_T \cdot \Delta p)}$$

$$\frac{m}{V_0} = \rho_0$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \beta_T \cdot \Delta p} \quad (\text{Gl. 1.5})$$

ρ Dichte beim Druck p

ρ_0 Dichte beim Bezugsdruck p_0
(meist 1 bar)

β_T isothermer Kompressibilitätskoeffizient

Δp Druckerhöhung

In Tafel 2 sind die isothermen Kompressibilitätskoeffizienten β_T von Wasser und einigen organischen Flüssigkeiten angegeben.

Wird eine Flüssigkeit sowohl einer Temperatur- als auch einer Druckänderung unterworfen, kann die Dichteänderung durch Zusammenfassen der Gleichungen 1.4 und 1.5 ausgedrückt werden.

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \beta_p \cdot \Delta T) \cdot (1 - \beta_T \cdot \Delta p)} \quad (\text{Gl. 1.6})$$

Die Messung der Dichte von Flüssigkeiten ist in [1.1] ausführlich beschrieben.

In Tafel 3 sind die Dichtewerte wichtiger Flüssigkeiten in Form von Kurven, in Tafel 4 tabellarisch zusammengestellt. Tafel 5 enthält Dichte- und Dampfdruckwerte des Wassers.

1.2.3 Dichte von Gasen und Dämpfen

Ausgehend von der thermischen Zustandsgleichung für das ideale Gas

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

erhält man folgende Beziehung für die Dichte ϱ :

$$\frac{m}{V} = \frac{p}{R_i \cdot T}$$

$$\varrho = \frac{p}{R_i \cdot T} \quad (\text{Gl. 1.7})$$

- p Druck (Absolutdruck)
 R_i individuelle Gaskonstante
 (siehe Abschnitt 1.5.3)
 T thermodynamische Temperatur

Zahlenwerte für die individuelle Gaskonstante R_i finden sich in Tabelle 1.6.

In vielen praktischen Berechnungen und Versuchen kann die Dichte von Gasen nach Gleichung 1.7 hinreichend genau bestimmt werden, wenn deren Zustand (Druck und Temperatur) weit außerhalb der Sättigungskurve (Siedelinie) liegt, d.h., wenn die Gase stark überhitzt sind.

Bei hohen Drücken und niedrigen Temperaturen wird Gleichung 1.7 sehr ungenau.

Das reale Gasverhalten wird durch Einführung eines Korrekturwertes, **Realgasfaktor Z** genannt, beschrieben:

$$p \cdot V = Z \cdot m \cdot R_i \cdot T$$

$$\frac{m}{V} = \frac{p}{Z \cdot R_i \cdot T}$$

$$\varrho = \frac{p}{Z \cdot R_i \cdot T} \quad (\text{Gl. 1.8})$$

Für Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlendioxid sind die Realgasfaktoren Z in Tafel 6 zusammengestellt. Weitere Werte finden sich in [1.2 und 1.3].

Bei Dämpfen, z. B. Wasserdampf, entnimmt man die Dichte ϱ oder das spezifische Volumen v aus einer Dampf tafel (z. B. [1.4, 1.5, 1.6]) oder speziellen Diagrammen.

In Tafel 7 ist der Realgasfaktor Z , in Tafel 8 das spezifische Volumen v von Wasserdampf dargestellt.

1.2.4 Dichte von Luft

Luft ist ein Gemisch aus Stickstoff, Sauerstoff, Kohlendioxid, Edelgasen und enthält normalerweise noch Wasserdampf.

Abhängig von Druck und Temperatur kann die Luft nur eine bestimmte, maximale Wasserdampfmenge aufnehmen. Enthält Luft die maximal mögliche Wasserdampfmenge, spricht man von **gesättigter Luft**. Die Dichte ϱ_f von feuchter Luft kann aus folgender Beziehung bestimmt werden:

$$\varrho_f = \frac{p}{R_i \cdot T} \cdot \left(1 - 0,378 \cdot \varphi \cdot \frac{p_d}{p} \right) \quad (\text{Gl. 1.9})$$

- ϱ_f Dichte der feuchten Luft
 p Druck der feuchten Luft
 R_i Gaskonstante der trockenen Luft nach Tabelle 1.6
 T Temperatur der feuchten Luft
 φ relative Luftfeuchte
 p_d Sättigungsdruck des Wassers nach Tafel 5 oder Tafel 9

Der Term vor der Klammer beschreibt physikalisch die Dichte trockener Luft bei Temperatur und Druck der feuchten Luft. Feuchte Luft hat somit eine geringere Dichte als trockene Luft gleichen Druckes und gleicher Temperatur.

Beispiel 1

Aufgabenstellung:

Bei einem Versuch wurden folgende Luftdaten gemessen:

Druck der feuchten Luft $p = 997 \text{ mbar}$
 Temperatur der feuchten Luft $T = 19,3 \text{ }^\circ\text{C}$
 relative Luftfeuchte $\varphi = 78 \%$

Wie groß ist die Dichte ρ_f der feuchten Luft?

Lösung:

Für die Stoffdaten erhält man:

$R_i = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ aus Tabelle 1.6
 $p_d = 22,39 \text{ mbar} = 2239 \text{ Pa}$ aus Tafel 9

$p = 997 \text{ mbar} = 99\,700 \text{ Pa}$ und
 $T = (19,3 + 273,15) \text{ K} = 292,45 \text{ K}$

folgt für die Dichte der feuchten Luft:

$$\rho_f = \frac{99\,700}{287 \cdot 292,45} \cdot \left(1 - 0,378 \cdot 0,78 \cdot \frac{2239}{99\,700}\right)$$

$$\rho_f = 1,180 \text{ kg}/\text{m}^3$$

Zum Vergleich wird die Dichte trockener Luft bei gleichem Druck und gleicher Temperatur nach Gl. 1.7 berechnet:

$$\rho = \frac{99\,700}{287 \cdot 292,45} = 1,188 \text{ kg}/\text{m}^3$$

1.3 Schallgeschwindigkeit

Weil sich die Dichte von Fluiden druckabhängig ändert, breitet sich eine kleine Druckstörung dp in Form einer Longitudinalwelle im Fluid aus.

Nach LAPLACE (s. Namensverzeichnis) beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer kleinen Druckstörung bei isentroper, d.h. reibungsfreier Kompression ohne Wärmetausch:

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (\text{Gl. 1.10})$$

- a Schallgeschwindigkeit
- dp Druckänderung
- $d\rho$ Dichteänderung

Aus dieser allgemeinen Beziehung lassen sich für Flüssigkeiten und Gase folgende Gleichungen zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit ableiten:

a) Flüssigkeiten

Vernachlässigt man die bei der sehr kleinen isentropen Verdichtung dp der Flüssigkeit entstehende Temperaturzunahme dT , d.h., wird $dT = 0$ gesetzt, erhält man aus Gleichung 1.2 folgende Beziehung:

$$\frac{d\rho}{\rho} \approx \beta_T \cdot dp$$

$$\frac{dp}{d\rho} \approx \frac{1}{\beta_T \cdot \rho}$$

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \approx \sqrt{\frac{1}{\beta_T \cdot \rho}}$$

Den Reziprokwert des isothermen Kompressibilitätskoeffizienten β_T bezeichnet man als **Elastizitätsmodul E** .

$$E = \frac{1}{\beta_T}$$

Damit erhält die Gleichung zur Bestimmung der **Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten** folgende endgültige Form:

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{\beta_T \cdot \rho}} \approx \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{Gl. 1.11})$$

- a Schallgeschwindigkeit
- β_T isothermer Kompressibilitätskoeffizient
- ρ Dichte
- E Elastizitätsmodul

Diese Beziehung gilt nur für reine Flüssigkeiten ohne Einschluss von Gas- oder Dampfblasen! In 2-Phasen-Fluiden ist die Schallgeschwindigkeit wesentlich kleiner als die

Schallgeschwindigkeit in der reinen flüssigen Phase oder in der Dampfphase.

b) Gase

Die isentrope Verdichtung eines idealen Gases wird durch folgende Zustandsgleichung beschrieben:

$$p \cdot v^\kappa = \text{konst}$$

mit κ als Isentropenexponent (siehe Abschnitt 1.5.2).

$$p \cdot v^\kappa = \frac{p}{\rho^\kappa} = \text{konst}$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \text{konst} \cdot \kappa \cdot \rho^{\kappa-1}$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho^\kappa} \cdot \kappa \cdot \rho^{\kappa-1} = p \cdot \kappa \cdot \rho^{-1}$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{p \cdot \kappa}{\rho} = p \cdot v \cdot \kappa = R_i \cdot T \cdot \kappa$$

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

$$a = \sqrt{p \cdot v \cdot \kappa} = \sqrt{\frac{p \cdot \kappa}{\rho}} = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T} \quad (\text{Gl. 1.12})$$

- a Schallgeschwindigkeit
- p Druck
- v spezifisches Volumen
- κ Isentropenexponent
- ρ Dichte
- R_i individuelle Gaskonstante
- T Temperatur

Die Schallgeschwindigkeit a der atmosphärischen Luft kann abhängig von der Höhe z aus Tafel 29, die Schallgeschwindigkeit a von Wasserdampf aus Tafel 10 entnommen werden.

Beispiel 2

Aufgabenstellung:

Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in reinem, absolut blasenfreiem Wasser von 20°C bei einem Druck von 1 bar?

Lösung:

Aus Tafel 2 wird der isotherme Kompressibilitätskoeffizient β_T von Wasser bei 20°C in einem Druckbereich von 1...100 bar zu

$$\beta_T = 46,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/bar}$$

entnommen.

Weil 1 bar = 10⁵ Pa ist (Abschnitt 2.2.2), entspricht dies einem β_T -Wert von:

$$\beta_T = 46,8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5} \text{ 1/Pa}$$

Die Dichte ρ beträgt nach Tafel 5:

$$\rho = 998,3 \text{ kg/m}^3$$

Damit lässt sich die Schallgeschwindigkeit a aus Gleichung 1.11 berechnen:

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{\beta_T \cdot \rho}}$$

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{46,8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5} \cdot 998,3}}$$

$$a \approx 1463 \text{ m/s}$$

Beispiel 3

Aufgabenstellung:

Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Luft von 20°C bei einem Druck von 1 bar?

Lösung:

Nach Abschnitt 1.5 betragen die thermischen Werte R_i und κ von Luft:

$$\kappa = 1,4$$

$$R_i = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Damit kann die Schallgeschwindigkeit a nach Gleichung 1.12 bestimmt werden:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T}$$

$$a = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 293,15}$$

$$a = 343,2 \text{ m/s}$$

1.4 Viskosität

1.4.1 Einleitung

Zur Bewegung eines festen Körpers durch ein Fluid (Außenströmung) oder eines Fluids durch einen Kanal (Innenströmung) muss eine Kraft aufgewandt werden, die den Reibungswiderstand überwindet. Dieser Widerstand kann auch als Formänderungswiderstand gedeutet werden.

Verläuft diese Formänderung genügend langsam, tritt praktisch keine Widerstandskraft auf; die Strömung kann als reibungsfrei angesehen werden. Rasche Formänderungen, d. h. große Formänderungsgeschwindigkeiten, haben große Reibungskräfte zur Folge.

Beim Strömen der Fluidelemente in Schichten verschieben sich diese unter der Wirkung kleiner tangentialer Reibungsspannungen gegeneinander. Die Größe dieser Reibungsspannungen hängt sowohl von der Formänderungsgeschwindigkeit als auch einer Stoffeigenschaft ab, die man als **Viskosität** bezeichnet.

In der praktischen Strömungstechnik wendet man 2 Begriffe von Viskosität an:

- **dynamische Viskosität** η
- **kinematische Viskosität** ν

Je nach Fließverhalten spricht man von **Newton'schen** oder **nicht Newton'schen Fluiden**.

Die Messung der Viskosität bezeichnet man als **Viskosimetrie** ([1.7 bis 1.9]), die Beschreibung des Fließverhaltens der Fluide als **Rheologie** [1.10].

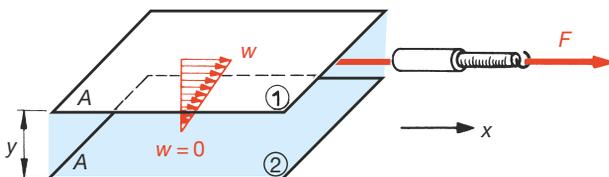


Bild 1.2 Zur Erklärung der Schubspannung in einer Fluidschicht zwischen 2 ebenen Platten

1.4.2 Viskosität Newton'scher Fluide

1.4.2.1 Dynamische Viskosität

Zwischen 2 parallelen Platten befindet sich ein homogenes Fluid konstanter Temperatur. Die Platten haben die gleiche Fläche A und gegeneinander den relativ kleinen Abstand y . An der oberen Platte greift die Kraft F an und bewegt sie mit der Geschwindigkeit w (Bild 1.2). Die untere Platte ruht ($w = 0$). Zwischen den Platten bildet sich ein lineares Geschwindigkeitsprofil aus.

Nach NEWTON (s. Namensverzeichnis) verhält sich die Tangentialkraft F proportional zur Geschwindigkeit w und umgekehrt proportional zum Abstand y :

$$F \sim \frac{w}{y}$$

Als Proportionalitätsfaktor wird die **dynamische Viskosität** η eingeführt und die Kraft F als Produkt aus tangentialer Schubspannung τ und Fläche A ausgedrückt:

$$F = \tau \cdot A = \eta \cdot A \cdot \frac{w}{y}$$

$$\tau = \eta \cdot \frac{w}{y}$$

Für den Quotienten w/y wird aus DIN 1342 [1.11] der Begriff **Geschwindigkeitsgefälle** D übernommen, so dass für die Schubspannung folgender einfacher Ausdruck entsteht:

$$\tau = \eta \cdot D \quad (\text{Gl. 1.13})$$

- τ Schubspannung
- η dynamische Viskosität
- D Geschwindigkeitsgefälle

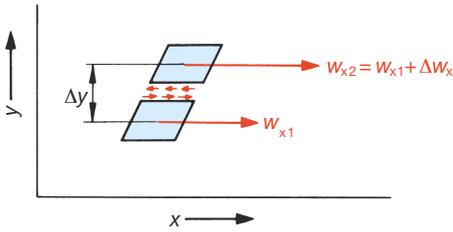


Bild 1.3 Zur Erklärung der Schubspannung zwischen 2 Fluidelementen

Die für die gesamte Strömung zwischen den parallelen Platten formulierte Aussage gilt auch für einen differentiell kleinen Bereich im Strömungsraum zwischen den Platten (Bild 1.3). DIN 1342 drückt deshalb das Geschwindigkeitsgefälle D als Grenzwert bzw. Differentialquotienten aus:

$$D = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta w_x}{\Delta y} \right) = \frac{dw_x}{dy} \quad (\text{Gl. 1.14})$$

D Geschwindigkeitsgefälle

$\Delta w_x = w_{x2} - w_{x1}$ Geschwindigkeitsdifferenz zwischen 2 Fluidteilchen

Δy orthogonaler Abstand zwischen 2 Fluidteilchen

Die als Proportionalitätsfaktor eingeführte dynamische Viskosität ist eine charakteristische Stoffeigenschaft eines Fluids und ist druck- und temperaturabhängig.

Weil die Schubspannung τ wie alle Spannungen die Einheit $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$ (Pascal) und das Schergefälle D die Einheit $\frac{\text{m/s}}{\text{m}} = \text{s}^{-1}$

haben, ergibt sich aus Gleichung 1.13 die Einheit der **dynamischen Viskosität**:

$\text{Pa} \cdot \text{s}$ (Pascalsekunde)

Ältere Einheiten – z.B. Poise (P) und Zentipoise (cP) – sind seit dem 1.1.1978 nicht mehr zugelassen.

Bei Newton'schen Fluiden ist die dynamische Viskosität η per Definition unabhängig vom Geschwindigkeitsgefälle D und damit die Schubspannung τ direkt proportional zum Geschwindigkeitsgefälle D (Bild 1.4).

1.4.2.2 Kinematische Viskosität

Die kinematische Viskosität ν wird nach MAXWELL (s. Namensverzeichnis) als Quotient aus dynamischer Viskosität η und Dichte ρ definiert:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (\text{Gl. 1.15})$$

ν kinematische Viskosität

η dynamische Viskosität

ρ Dichte

Durch Einsetzen der Einheiten für η und ρ ergibt sich die Einheit der kinematischen Viskosität ν :

$$\begin{aligned} \{ \nu \} &= \left\{ \frac{\eta}{\rho} \right\} = \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{kg/m}^3} = \frac{\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}} \\ &= \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^3}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \end{aligned}$$

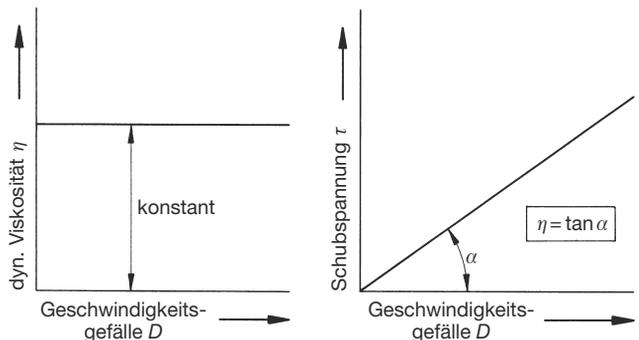


Bild 1.4 Viskosität und Schubspannung in einem Newton'schen Fluid

Die **kinematische Viskosität** ν hat die Einheit: m^2/s (Quadratmeter je Sekunde)

Seit 1.1.1978, d.h. seit Einführung des SI-Einheitensystems, sind ältere Einheiten wie St (Stokes), cSt (Zentistokes), Englergrad, Sayboldgrad usw. nicht mehr im Gebrauch.

Werden bei der Benutzung älterer Literatur Umrechnungsformeln, Tabellen oder Diagramme zur Umrechnung veralteter Einheiten in SI-Einheiten benötigt, können diese beispielsweise [1.9 oder 1.12] entnommen werden.

1.4.2.3 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

a) Flüssigkeiten

Die dynamische Viskosität von Flüssigkeiten nimmt wegen der Temperaturabhängigkeit der zwischenmolekularen Adhäsionskräfte, die zwischen den einzelnen Flüssigkeitsschichten wirken, mit zunehmender Temperatur ab, während die dynamische Viskosität von Gasen und Dämpfen wegen der Verstärkung des Impulsaustausches zwischen den Molekülen mit steigender Temperatur zunimmt (Bild 1.5).

Zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit wurden zahlreiche Formeln und Verfahren vorgeschlagen, die jedoch keine allgemeingültigen für alle Flüssigkeiten, Gase und Dämpfe zutreffenden Angaben enthalten. Diese empirischen Beziehungen gelten deshalb nur innerhalb eines begrenzten Bereichs

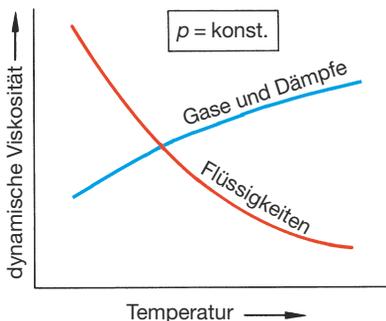


Bild 1.5 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

und weisen mehr oder minder große Ungenauigkeiten auf.

Nach H. VOGEL [1.13] kann für die Temperaturfunktion der dynamischen Viskosität von Newton'schen Flüssigkeiten folgende Beziehung angesetzt werden:

$$\eta = k \cdot e^{\frac{b}{t+\theta}} \quad (\text{Gl. 1.16})$$

- η dynamische Viskosität bei der Temperatur t
- k für die jeweilige Flüssigkeit charakteristische Konstante mit der Dimension der dynamischen Viskosität
- e Basis des natürlichen Logarithmus
- t Temperatur
- b, θ charakteristische konstante Beiwerte der Flüssigkeit mit der Dimension einer Temperatur

In [1.14] wird die empirische Gleichung von ANDRADE in modifizierter Form zur Abschätzung der Temperaturabhängigkeit der Viskosität Newton'scher Flüssigkeiten empfohlen:

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{\frac{T_A}{T+T_B} - \frac{T_A}{T_0+T_0}} \quad (\text{Gl. 1.17})$$

- η dynamische Viskosität bei der Temperatur T
- η_0 dynamische Viskosität bei der Temperatur $T_0 = 273 \text{ K}$
- e Basis des natürlichen Logarithmus
- $T_A; T_B$ charakteristische Beiwerte (Temperaturen) nach Tabelle 1.2

Der VDI-Wärmeatlas [1.15] enthält ein empirisches Verfahren, mit dem man die dynamische Viskosität von Flüssigkeiten direkt abschätzen kann:

$$\eta \approx 10^{-6} \cdot A \cdot \varrho^{1/3} \cdot e^{\frac{c \cdot \varrho}{T}} \quad (\text{Gl. 1.18})$$

- η dynamische Viskosität in $\text{Pa} \cdot \text{s}$
- A Beiwert nach Tafel 11
- ϱ Dichte in kg/m^3

- e Basis des natürlichen Logarithmus
- c Beiwert nach Tafel 11
- T Temperatur in K

Die Unsicherheiten der obigen Gleichung werden für die meisten Stoffe kleiner als $\pm 1\%$ im Temperaturbereich $0 \dots 100^\circ\text{C}$ angegeben. Bei den mit * gekennzeichneten Flüssigkeiten können Fehler bis $\pm 5\%$ (im Extremfall auch bis 20%) auftreten. In [1.16] werden für die Temperaturabhängigkeit der kinematischen Viskosität ν von Flüssigkeiten die empirischen Formeln von VOGEL, ÜBBELOHDE-WALTHER und UMSTÄTTER vorgeschlagen.

Die Darstellung der Funktionen $\eta = f(t)$ bzw. $\nu = f(t)$ ergibt auf doppellogarithmischem Papier in begrenzten Temperaturbereichen praktische Geraden [1.13].

b) Gase

Die Zunahme der dynamischen Viskosität von Gasen mit steigender Temperatur kann nach der in [1.14] empfohlenen empirischen Gleichung von SUTHERLAND abgeschätzt werden:

$$\eta \approx \eta_0 \cdot \frac{T_0 + T_S}{T + T_S} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \quad (\text{Gl. 1.19})$$

- η dynamische Viskosität bei der Temperatur T
- η_0 dynamische Viskosität bei der Temperatur $T_0 = 273\text{ K}$ (bei Wasserdampf: $T_0 = 373\text{ K}$)
- T_S SUTHERLAND-Konstante mit der Dimension einer Temperatur nach Tabelle 1.3

In [1.17] wird das Temperaturverhalten der dynamischen Viskosität von Gasen bei niedrigen Drücken beschrieben. Dieses empirische Berechnungsverfahren basiert auf der dynamischen Viskosität im kritischen Punkt, auf stoffunabhängigen Konstanten und der auf die kritische Temperatur T_{kr} bezogenen Temperatur T:

$$\eta \approx H \cdot \eta_{kr} \cdot \theta^{2/3} \cdot \left(\frac{\theta^2}{1 + \theta^2}\right)^{1/4} \quad (\text{Gl. 1.20})$$

- η dynamische Viskosität bei der Temperatur T
- H Konstante; $H = 0,263 \pm 0,008$
- η_{kr} kritische Viskosität (Tabelle 1.4)
- θ reduzierte Temperatur $\theta = T/T_{kr}$
- T_{kr} Temperatur des Gases im kritischen Punkt (Tabelle 1.4)

Tabelle 1.2 Beiwerte zur Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität η von Flüssigkeiten

	Wasser	Methanol	Quecksilber	
η_0	$179,3 \cdot 10^{-5}$	$81,7 \cdot 10^{-5}$	$168,5 \cdot 10^{-5}$	Pa · s
T_A	506	1110	160	K
T_B	-150	-20	-96	K

Tabelle 1.3 Sutherland-Konstante T_S

	Wasserdampf	Luft	O ₂	N ₂	H ₂	He	CO ₂	
η_0	1,229	1,710	1,924	1,672	0,782	1,871	1,367	$10^{-5}\text{ Pa} \cdot \text{s}$
T_S	890	122	125	117	-10	86	242	K

Tabelle 1.4 Dynamische Viskosität η_{kr} und Temperatur T_{kr} im kritischen Punkt von Gasen (nach [1.17])

Gas	chemische Formel	dynamische Viskosität η_{kr} Pa · s	kritische Temperatur T_{kr} K
Wasserstoff	H ₂	2,47 · 10 ⁻⁶	32,98
Sauerstoff	O ₂	18,95 · 10 ⁻⁶	154,8
Stickstoff	N ₂	14,06 · 10 ⁻⁶	126,1
Luft	–	15,18 · 10 ⁻⁶	132,5
Kohlendioxid	CO ₂	25,51 · 10 ⁻⁶	304,2
Ammoniak	NH ₃	20,07 · 10 ⁻⁶	405,5
Wasserdampf	H ₂ O	29,93 · 10 ⁻⁶	647,3
Schwefeldioxid	SO ₂	30,34 · 10 ⁻⁶	430,7
Methan	CH ₄	12,24 · 10 ⁻⁶	190,7

1.4.2.4 Druckabhängigkeit der Viskosität

Die Druckabhängigkeit der dynamischen Viskosität macht sich erst bei hohen Drücken bemerkbar. Fluide, deren dynamische Viskosität eine relativ große Temperaturabhängigkeit aufweist, besitzen im allgemeinen auch eine merkliche Druckabhängigkeit der Viskosität.

Bei den meisten Flüssigkeiten steigt die dynamische Viskosität η annähernd exponentiell mit dem Druck, sodass man folgende Beziehung ansetzen kann [1.13]:

$$\eta_p \approx \eta_0 \cdot e^{\alpha \cdot p} \tag{Gl. 1.21}$$

- η_p dynamische Viskosität beim Druck p und bei der Temperatur t
- η_0 dynamische Viskosität beim Druck $p_0 = 1$ bar und der Temperatur t
- e Basis des natürlichen Logarithmus
- Druckkoeffizient bei der Temperatur t
$$\alpha = \frac{1}{\eta_t} \left(\frac{d\eta_p}{dp} \right)_t$$
- p Druck

Nach E. KUSS [1.13] liegen die Druckkoeffizienten von Schmierölen aus Kohlenwasserstoffen bei 25°C zwischen $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-3}$ und $3,5 \cdot 10^{-3}$ bar⁻¹. In Bild 1.6 ist die dynamische Viskosität η von Hydrauliköl abhängig von Druck und Temperatur nach Unterlagen der Fa. BP dargestellt. Weitere Angaben finden sich u.a. in [1.18]. Tafel 15 enthält die druck-

und temperaturabhängigen Werte der dynamischen Viskosität η von Luft nach [1.20].

1.4.2.5 Arbeitsunterlagen und Gebrauchsformeln

Weil bei der Lösung praxisnaher Aufgaben in Ausbildung und Beruf häufig konkrete Viskositätswerte benötigt werden und nicht immer Handbücher und Tabellenwerke zur Verfügung stehen, sind im Tafelanhang des Buches folgende Diagramme und Tabellen zusammengestellt:

- Tafel 12 Dynamische und kinematische Viskosität des Wassers in Tabellenform
- Tafel 13 Kinematische Viskosität des Wassers abhängig von der Temperatur
- Tafel 14 Dynamische und kinematische Viskosität der Luft in Tabellenform
- Tafel 15 Dynamische Viskosität der Luft
- Tafel 16 Kinematische Viskosität der Luft
- Tafel 17 Kinematische Viskosität von Flüssigkeiten
- Tafel 18 Kinematische Viskosität von Ölen
- Tafel 19 Dynamische Viskosität von Gasen
- Tafel 20 Kinematische Viskosität von Gasen
- Tafel 21 Dynamische Viskosität von Wasserdampf

Weitere Angaben finden sich u.a. in [1.15 und 1.19]. Weil heute die meisten strömungstechnischen Berechnungen mit Rechnerunterstützung durchgeführt werden, ist es in vielen Fällen sinnvoller, anstelle von Tabellen und Diagrammen **Gebrauchsformeln** anzugeben, um die in einem Programmablauf benötigten

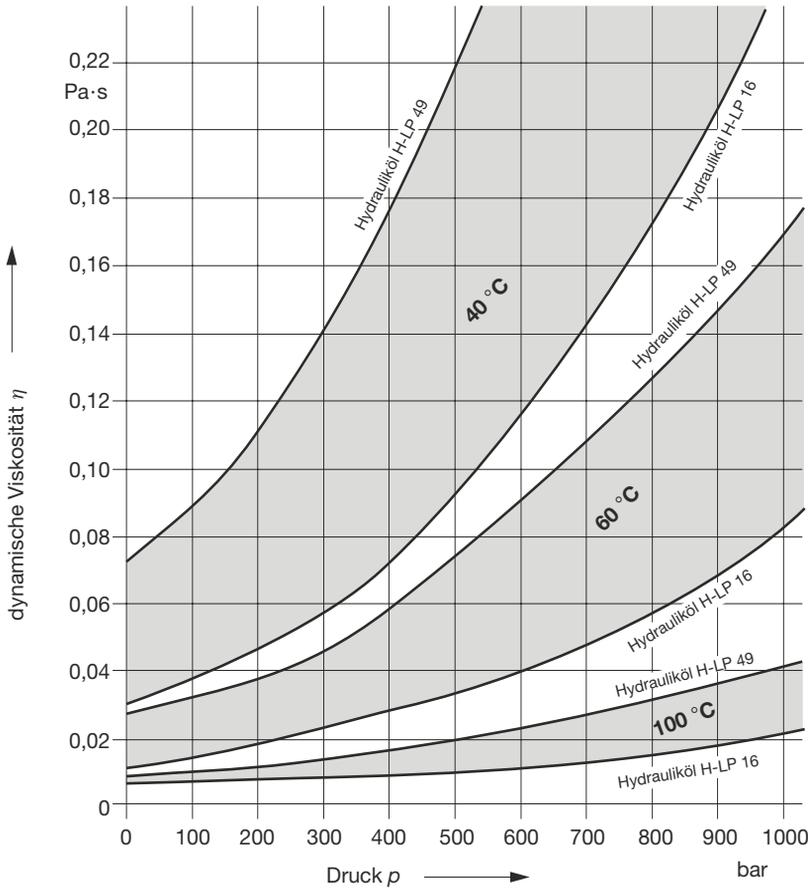


Bild 1.6 Dynamische Viskosität von Hydraulikölen, abhängig von Druck und Temperatur, nach Fa. BP

Viskositätswerte numerisch bestimmen zu können, ohne das Programm zur Werteeingabe unterbrechen zu müssen.

Für Wasser und Luft werden folgende Beziehungen angegeben und – soweit bekannt – auch die Quellen genannt:

a) Dynamische Viskosität η von Wasser nach [1.21]:

$$\eta = \frac{1795 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,036 \cdot t + 0,000185 \cdot t^2} \text{ in Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{Gl. 1.22})$$

Temperatur t in °C

b) Kinematische Viskosität ν von Wasser nach [1.22]:

$$\nu = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2} \text{ in m}^2/\text{s} \quad (\text{Gl. 1.23})$$

Temperatur t in °C

c) Dynamische Viskosität η von Luft nach [1.21]:

$$\eta = 17,07 (1 + 0,00286 \cdot t - 0,0000015 \cdot t^2) \cdot 10^{-6} \text{ in Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{Gl. 1.24})$$

Bezugsdruck $p = 1$ bar
Temperatur t in °C

d) Dynamische Viskosität η von Luft nach [1.23]:

$$\eta = 1,458 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 110,4} \text{ in Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{Gl. 1.25})$$

Bezugsdruck $p = 1 \text{ bar}$
Temperatur T in K

e) Kinematische Viskosität ν von Luft nach [1.24]:

$$\nu = 42,6 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{T^{3/2}}{1 + \frac{123,6}{T}} \text{ in m}^2/\text{s} \quad (\text{Gl. 1.26})$$

Bezugsdruck $p = 1 \text{ bar}$
Temperatur T in K

f) Kinematische Viskosität ν von Luft (Quelle unbekannt):

$$\nu = \frac{418,45}{p} \cdot \frac{T^{5/2}}{T + 110,4} \cdot 10^{-6} \text{ in m}^2/\text{s} \quad (\text{Gl. 1.27})$$

Druck p in Pa
Temperatur T in K

In [1.23] wird eine auf POISEUILLE (s. Namensverzeichnis) zurückgehende Näherungsformel zur Abschätzung des Temperatureinflusses auf die dynamische Viskosität η von Flüssigkeiten empfohlen:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + 0,0337 t + 0,00022 t^2} \text{ in Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{Gl. 1.28})$$

η_0 dynamische Viskosität in Pa · s bei 0°C
 t Temperatur in °C

Beispiel 4

Aufgabenstellung

Wie groß sind Dichte ρ , dynamische Viskosität η und kinematische Viskosität ν von Wasser bei einem Druck von 1 bar und einer Temperatur von $t = 80^\circ\text{C}$?

Lösung:

a) Die Dichte ρ wird aus Tafel 5 entnommen:

$$\rho = 971,6 \text{ kg/m}^3$$

b) Die dynamische Viskosität η wird aus Gleichung 1.22 berechnet:

$$\eta = \frac{1795 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,036 t + 0,000185 t^2}$$

$$\eta = \frac{1795 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,036 \cdot 80 + 0,000185 \cdot 80^2}$$

$$\eta = 354,5 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Aus der Wasserdampf tabel [1.5] wird Seite 15 entnommen:

$$\eta = 355 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

bei 80°C und 1 bar

c) Die kinematische Viskosität ν berechnet sich aus der dynamischen Viskosität η und der Dichte ρ nach Gleichung 1.15:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad \nu = \frac{355 \cdot 10^{-6}}{971,6}$$

$$\nu = 0,365 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Aus Tafel 13 wird abgelesen:

$$\nu = 0,36 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Nach Gleichung 1.23 errechnet sich die kinematische Viskosität ν wie folgt:

$$\nu = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2}$$

$$\nu = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337 \cdot 80 + 0,000221 \cdot 80^2}$$

$$\nu = 0,348 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Die aus 3 verschiedenen Quellen stammenden Werte für ν stimmen recht gut überein!

Beispiel 5
Aufgabenstellung:

Wie groß sind die dynamische Viskosität η und die kinematische Viskosität ν von Luft bei einem Absolutdruck von 10 bar und einer Temperatur von 100°C?

Lösung:

- a) Aus Tafel 14 werden folgende Werte entnommen:

dynamische Viskosität

$$\eta = 21,7 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

kinematische Viskosität

$$\begin{aligned} \nu &= 232,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s} \\ &= 2,33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

- b) Aus Tafel 16 kann für einen Druck $p = 1000 \text{ mbar} \approx 1 \text{ bar}$ eine kinematische Viskosität

$$\nu = 23,15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

abgelesen werden.

Weil das Produkt $\nu \cdot p$ konstant ist, kann die kinematische Viskosität ν bei einem Druck von 10 bar berechnet werden:

$$\nu \cdot p = 23,15 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = \nu \cdot 10 = \text{konst}$$

$$\nu = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{bei } 10 \text{ bar}$$

- c) Nach Gleichung 1.24 ergibt sich folgende dynamische Viskosität η :

$$\eta = 17,07 \left(1 + 0,00286 \cdot t - 0,0000015 \cdot t^2 \right) \cdot 10^{-6}$$

$$\eta = 17,07 \left(1 + 0,00286 \cdot 100 - 0,0000015 \cdot 100^2 \right) \cdot 10^{-6}$$

$$\eta = 21,7 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Weil die Druckabhängigkeit der dynamischen Viskosität im unteren Druckbereich

gering ist (vgl. Tafel 15), trifft dieses Rechenergebnis auch für den Druck $p = 10 \text{ bar}$ relativ genau zu.

- d) Gleichung 1.25 liefert folgendes Ergebnis:

$$\eta = 1,458 \cdot 10^{-6} \frac{T^{3/2}}{T + 110,4}$$

$$\eta = 1,458 \cdot 10^{-6} \frac{373^{3/2}}{373 + 110,4}$$

$$\eta = 21,73 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

- e) Aus Tafel 19 wird eine dynamische Viskosität η von etwa

$$\eta = 22 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

abgelesen.

Ein ähnliches Ergebnis liefert Tafel 15.

- f) Die kinematische Viskosität ν kann aus den Gleichungen 1.26 und 1.27 näherungsweise berechnet werden:

$$\nu = 42,6 \cdot 10^{-10} \frac{T^{3/2}}{1 + \frac{123,6}{T}} \quad (\text{Gl. 1.26})$$

$$\nu = 42,6 \cdot 10^{-10} \frac{373^{3/2}}{1 + \frac{123,6}{373}}$$

$$\nu = 23,05 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{bei } p = 1 \text{ bar}$$

$$\nu = 2,305 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{bei } p = 10 \text{ bar}$$

$$\nu = \frac{418,45}{p} \cdot \frac{T^{5/2}}{T + 110,4} \cdot 10^{-6} \quad (\text{Gl. 1.27})$$

$$\nu = \frac{418,45}{10 \cdot 10^5} \cdot \frac{373^{5/2}}{373 + 110,4} \cdot 10^{-6}$$

$$\nu = 2,33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

g) Aus Tafel 20 wird entnommen:

$$\nu \cdot p = 2,3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot \text{Pa}$$

$$\nu = \frac{\nu \cdot p}{p} = \frac{2,3}{10 \cdot 10^5}$$

$$\nu = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Auch die nach verschiedenen Quellen abgeschätzten Werte für die kinematische Viskosität ν stellen recht gut übereinstimmende Ergebnisse dar.

1.4.3 Viskosität nicht Newton'scher Fluide

Nicht Newton'sche Fluide sind Substanzen, deren Fließverhalten nicht durch den Newton'schen Schubspannungsansatz der Gleichung 1.13 beschrieben wird.

Nach DIN 1342-3 werden 3 Klassen von nicht Newton'schen Flüssigkeiten unterschieden:

- nichtlinear-reinviskose Flüssigkeiten,
- linear-viskoelastische Flüssigkeiten,
- nichtlinear-viskoelastische Flüssigkeiten.

In dieser Norm werden die Flüssigkeiten definiert und ihr Fließverhalten beschrieben.

Im Vergleich zu den Newton'schen Substanzen treten folgende **Fließanomalien** auf:

a) **Plastische Stoffe** sind Flüssigkeiten, die sich im Ruhezustand und bei kleinen Schubspannungen wie elastische Festkörper verhalten und erst bei größeren Schubspannungen, **Fließgrenze** genannt, zu fließen beginnen.

Ist der Zusammenhang zwischen Schubspannung und Schergefälle linear, spricht man von einem **Bingham-Körper**.

b) **Strukturviskose Flüssigkeiten** weisen eine mit steigender Schubbeanspruchung abnehmende Viskosität auf.

Mit zunehmendem Geschwindigkeitsgefälle orientieren sich die Partikel der Flüssigkeit in Fließrichtung, wodurch sie leichter, d.h. mit geringeren Reibungsverlusten, aneinander vorbeigleiten können.

Dieses Phänomen ist nicht über dem ganzen Bereich des Geschwindigkeitsgefälles gleich stark ausgeprägt. Bei sehr kleinen Schergefällen verhalten sich strukturviskose Fluide wie Newton'sche Flüssigkeiten. Es schließt sich ein Bereich an, in dem die Viskosität in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsgefälle stark abnimmt. Bei hohen Geschwindigkeitsgefällen ändert sich die Viskosität dann kaum noch (Bild 1.7).

Die meisten nicht Newton'schen Flüssigkeiten verhalten sich strukturviskos.

c) **Dilatante Stoffe** besitzen eine mit dem Schergefälle steigende Viskosität. Dilatantes Fließverhalten erweist sich bei vielen Produktionsprozessen als ungünstig. Dilatante Stoffe kommen verhältnismäßig selten vor.

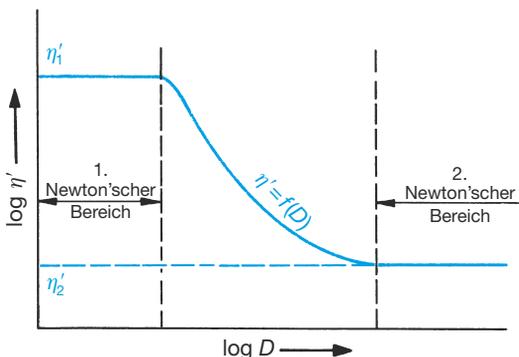


Bild 1.7

Viskositätskurve einer strukturviskosen Flüssigkeit